



PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS **Estímulo del talento matemático**

Prueba de selección **2 de junio de 2023**

Nombre:

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar **DURACIÓN DE LA PRUEBA: 2 HORAS Y MEDIA**

En primer lugar, debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.

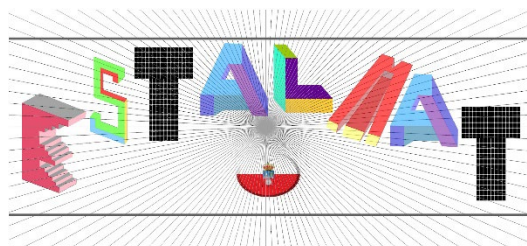
Para ello te hemos propuesto un problema en cada hoja. Puedes utilizar el espacio libre para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta, utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta, utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir (en la que debes señalar también el número que aparece en la esquina superior derecha de esta primera hoja). **De ningún modo debes utilizar una misma hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.**

Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Tienes dos horas y media en total. No deberías emplear demasiado tiempo para un mismo ejercicio. Consejo: utiliza un máximo de 30 minutos para cada ejercicio.

Te deseamos mucho éxito.



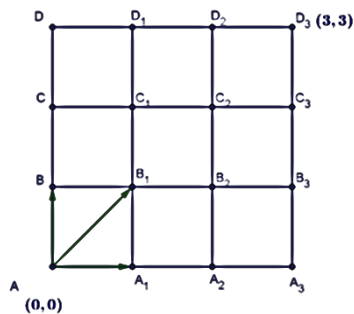
1. NÚMEROS DE 2023 CIFRAS



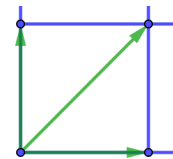
- a) Escribe el menor número entero positivo que tenga 2023 cifras y que sea divisible por tres. ¿Cuánto suman sus cifras? Explica tu razonamiento.
- b) Como antes, escribe el menor número que tenga 2023 cifras y que sea divisible por tres, pero que no sea divisible por dos. ¿Cuánto suman sus cifras?
- c) Escribe el mayor número entero positivo que tenga 2023 cifras y que sea divisible por tres y por dos a la vez. ¿Cuánto suman sus cifras? Explica tu razonamiento.
- d) Escribe el menor número entero positivo que tenga 2023 cifras, que no tenga ceros y que sea divisible por seis. ¿Cuánto suman sus cifras? Explica tu razonamiento.
- e) Igual que en los casos anteriores, escribe el mayor número que tenga 2023 cifras, que no tenga nueves y que sea divisible por nueve. ¿Cuánto suman sus cifras?

2. CAMINOS

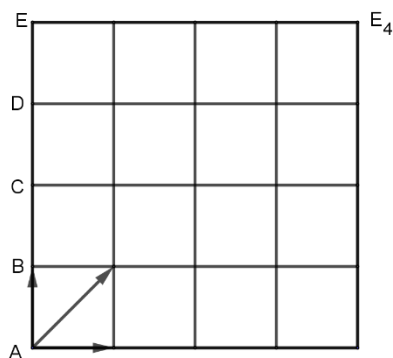
Una retícula 3x3 está formada por 9 cuadrados como indica la figura:



Partiendo del punto $A(0,0)$ queremos llegar al punto $D_3(3,3)$ y para ello podemos elegir tres direcciones: hacia el norte, hacia el este y hacia el noreste.



- ¿De cuántas maneras se puede llegar desde A hasta B1?
- ¿Cuántas maneras hay de llegar desde A hasta D?
- ¿De cuántas maneras se puede llegar desde A hasta B2? Justifica tu respuesta.
- ¿De cuántas maneras se puede llegar desde A hasta C2? Justifica tu respuesta.
- ¿Cuántas maneras hay de llegar desde A hasta D en la figura siguiente? Explica cómo lo has deducido.
- Si la retícula fuera 4x4; ¿de cuántas maneras podrías llegar desde el extremo inferior izquierdo A hasta el extremo superior derecho E_4 ? Explica como lo has deducido.



3. EMBALDOSAR UN RECTÁNGULO

Queremos embaldosar rectángulos de medidas enteras usando para ello baldosas 3×1 como la de la figura:



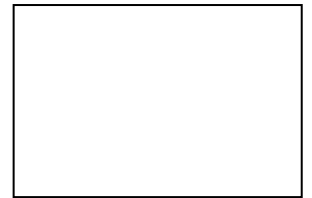
Para un rectángulo 3×1 sólo hay una posibilidad, si fuera 3×2 también hay una única manera de hacerlo; pero si el rectángulo fuera 3×3 hay dos maneras posibles:



- a) Si el rectángulo fuera 4×3 , ¿de cuántas maneras podemos hacerlo?
- b) Si el rectángulo fuera 5×3 , ¿de cuántas maneras puedes hacerlo?
- c) Teniendo en cuenta todo lo anterior, ¿de cuántas maneras se puede embaldosar un rectángulo 6×3 ?
- d) Generaliza y razona de cuántas maneras se puede embaldosar el rectángulo 15×3 .



4. LOS NÚMEROS DEL CUBO



Jorge elige 6 números enteros positivos distintos y escribe uno en cada una de las caras de un dado de 6 caras. Lanza tres veces el dado.

La primera vez, en la cara de arriba salió el 5 y la suma de los cuatro números de las caras laterales fue 20.

La segunda vez, salió un 7 en la cara de arriba y la suma de los cuatro números de las caras laterales fue 17.

La tercera vez, salió un 4 en la cara de arriba y todos los números de las caras laterales eran números primos (el 1 no lo consideramos como un número primo).



No olvides contarnos razonar todas tus respuestas.

- a) Los números 5 y 7, ¿pueden estar en caras opuestas?
- b) Los números 4 y 5, ¿pueden estar en caras opuestas?
- c) Los números 4 y 7, ¿están en caras contiguas?
- d) Los números 4, 5 y 7, ¿comparten un vértice?
- e) ¿Cuáles son los números que eligió Jorge y cómo los distribuyó? Explíca con tus palabras como lo has deducido.

5. CUMPLEAÑOS



Ester, es una alumna de Estalmat que nació en 2010, celebra hoy su cumpleaños y nos dice que este año, 2023, no es “cumplechachi” para ella, ya que 2023 no es múltiplo del número de años que cumple (13), pero en cambio el año 2016 si lo fue, ya que cumplió seis años y 6 es divisor de 2016.

- a) Hasta el día de su cumpleaños (hoy) en 2023, ¿cuántos cumplechachis ha celebrado Ester?
- b) Su hermano Esteban es alumno de quinto de primaria, nacido en 2012. ¿Cuántos cumplechachis habrá celebrado hasta el 31 de diciembre de 2023?
- c) El hermano mayor de Ester y Esteban nació en 2003 (que es un número primo). Razona cuántos cumplechachis habrá disfrutado hasta el 31 de diciembre de 2023.
- d) ¿En qué año nacerán, a partir de hoy, las primeras personas que cumplirán seis cumplechachis consecutivos? Explica como has deducido tu respuesta.