

DETECCIÓN Y ESTIMULO DE TALENTO MATEMÁTICO.
UN PROYECTO PARA CANTABRIA

Santander - julio, 2007

NUEVAS TECNOLOGÍAS MODELIZACIÓN

Inmaculada Fernández Benito

Profesora de Secundaria. Valladolid

COORDINADORA DEL PROYECTO
ESTALMAT de VALLADOLID

Encarnación Reyes Iglesias

Profesora de Matemática Aplicada.
Universidad de Valladolid.

PROFESORA DEL PROYECTO ESTALMAT
DE VALLADOLID

POLÍGONOS

GENERALIDADES

TRIÁNGULOS

PAPIROFLEXIA

ESTRELLADOS Y ESTRELLAS

DISECCIONES

POLÍGONOS

- Polígonos cóncavos y convexos.
- Polígonos regulares e irregulares.
- Elementos de un polígono: lado, vértice, ángulo (interior, exterior), diagonal, radio, apotema.

			Polígonos regulares	
Nº de lados	Nº de diagonales	Suma de ángulos interiores	Ángulo central	Ángulo interior
3				
4				
5				
6				
8				
n				

¿Encuentras alguna relación entre el número de diagonales de un polígono y el número de diagonales del anterior?

¿Se te ocurre alguna manera de contar las diagonales de un polígono? ¿Existe una relación entre el número de lados de un polígono y el número de sus diagonales?

			Polígonos regulares	
N° de lados	N° de diagonales	Suma de ángulos interiores	Ángulo central	Ángulo interior
3			120°	60°
4			90°	90°
5			72°	108°
6			60°	120°
8			45°	135°
n	$\frac{n(n-3)}{2}$	$(n-2) 180^\circ$	$\frac{360^\circ}{n}$	$\frac{(n-2)180^\circ}{n}$

El apretón de manos

Las personas que asistieron a una reunión se estrecharon la mano.

Uno de ellos advirtió que los apretones de mano fueron 66.

¿Cuántas personas concurrieron a la reunión?

$n(n-1)/2 = 66$. Resolver sin utilizar ecuaciones de 2º grado, buscando una pareja de divisores consecutivos de 132.

-Triángulos: Construcción y notación

Desigualdades triangulares:

Dibuja tres segmentos.

Dibuja un triángulo cuyos lados sean esos segmentos.

Resultado: Dados tres segmentos de longitudes, a , b y c , **no** siempre se puede construir un triángulo con ellos; es preciso que cada segmento sea menor ($<$) que la suma de los otros dos.

$$\left. \begin{array}{l} a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{array} \right\}$$

Triángulos: puntos y rectas notables:

Mediana, altura, mediatriz y bisectriz

Baricentro, Ortocentro, Circuncentro, Incentro

Recta de Euler

CUESTIONES:

- ¿Puede tener un triángulo dos ángulos rectos u obtusos?
- ¿Puede ser un triángulo rectángulo equilátero?
- ¿Puede haber un triángulo rectángulo e isósceles?
- ¿Cuánto miden sus ángulos?
- ¿Dónde se encuentra el ortocentro de un triángulo rectángulo?
- ¿Dónde se encuentra el circuncentro de un triángulo rectángulo?

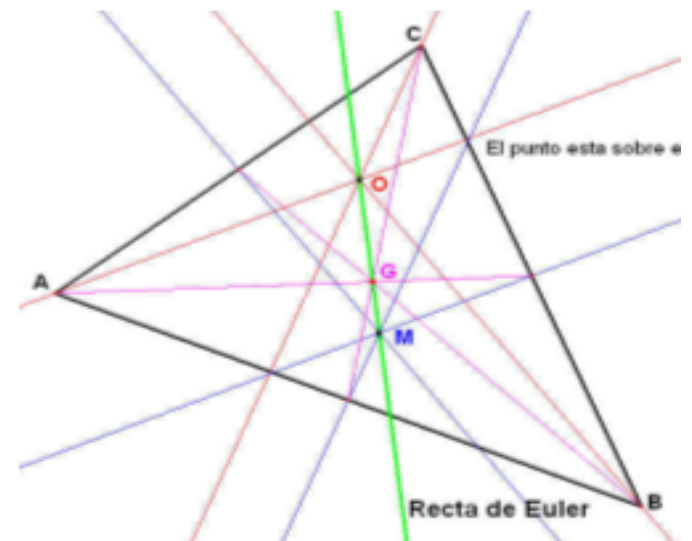
PROPIEDADES para comprobar con CABRI

El circuncentro equidista de los vértices del triángulo.
El incentro equidista de los lados del triángulo.
Teorema de PITÁGORAS

ELEMENTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO. RECTA DE EULER⁽¹⁾

➤ Recta de Euler:

- Dibuja un triángulo **ABC** en color negro.
- Dibuja las rectas alturas en color rojo.
- Marca el punto de intersección con la letra **O** (ortocentro).
- Dibuja las rectas mediatrices en color azul.
- Marca el punto de intersección con la letra **M** (circuncentro).
- Dibuja las rectas medianas en color rosa.
- Marca el punto intersección con la letra **G** (baricentro).
- Dibuja la recta que pasa por **O** y **M**.
- Comprueba que **G** pertenece a la recta anterior. Es la recta de Euler.

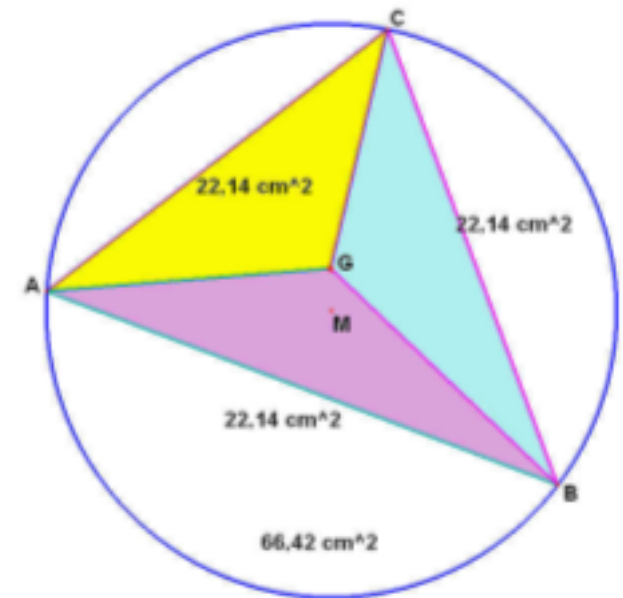


➤ **Circunferencia circunscrita:**

- Traza la circunferencia de centro **M** y radio **MA**.
- Comprueba que los vértices **B** y **C** también están sobre esta circunferencia. Es la circunferencia **circunscrita** al triángulo.

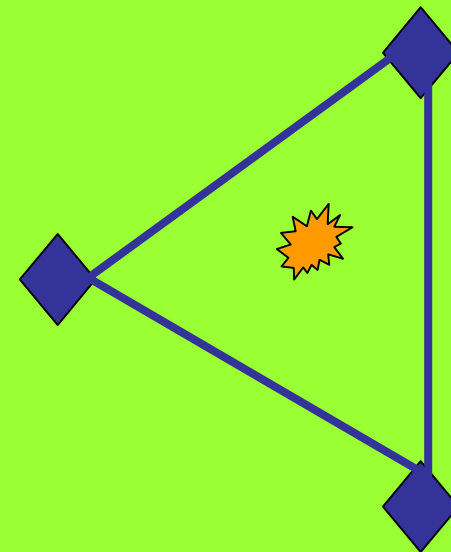
➤ **Baricentro:**

- Marca los triángulos **ABG**, **BCG** y **CAG**.
- Comprueba que los tres tienen la misma área, su suma es evidentemente el área del triángulo **ABC**.
- El **baricentro** es *el centro de gravedad* del triángulo.



Se está planeando el abastecimiento de agua para tres casas no alineadas compartiendo un mismo pozo. ¿En que lugar debe situarse el pozo para que equidiste de las tres casas?

En esta situación la red de tuberías sería de la misma longitud para las tres casas y también sería igual el caudal.



Se necesita dividir un terreno triangular en dos partes de igual área. ¿Qué segmento debe cortarlo?

¿Cómo se puede dividir un triángulo en cuatro partes de igual área?

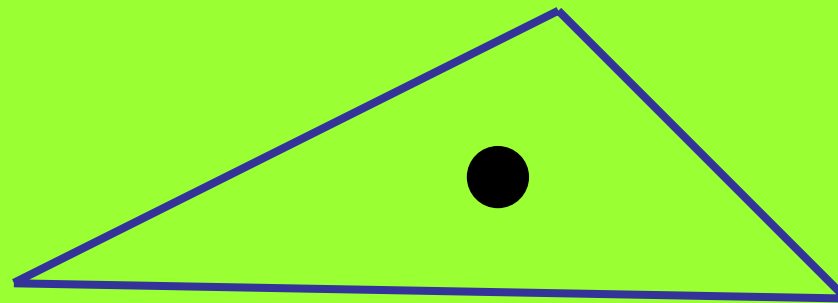
¿Cómo se puede dividir un triángulo en seis partes de igual área?



Supongamos el terreno de una Embajada con forma de triángulo, al cual se le quiere dotar de comunicación “wireless” mediante una estación base (antena isotrópica).

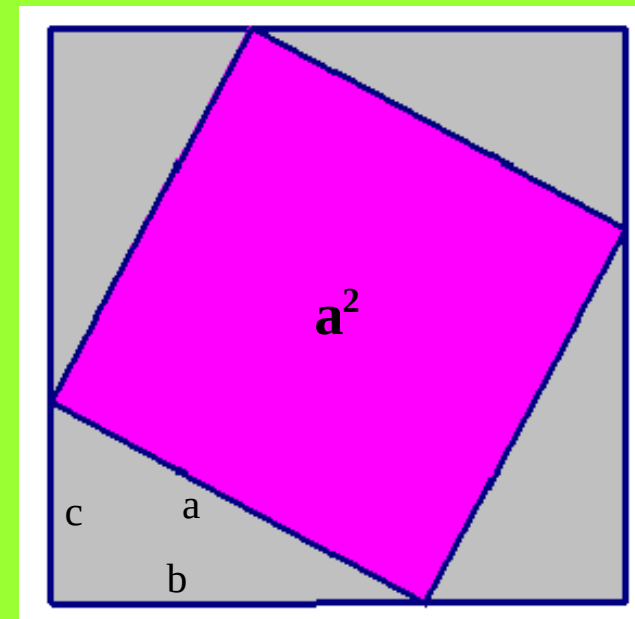
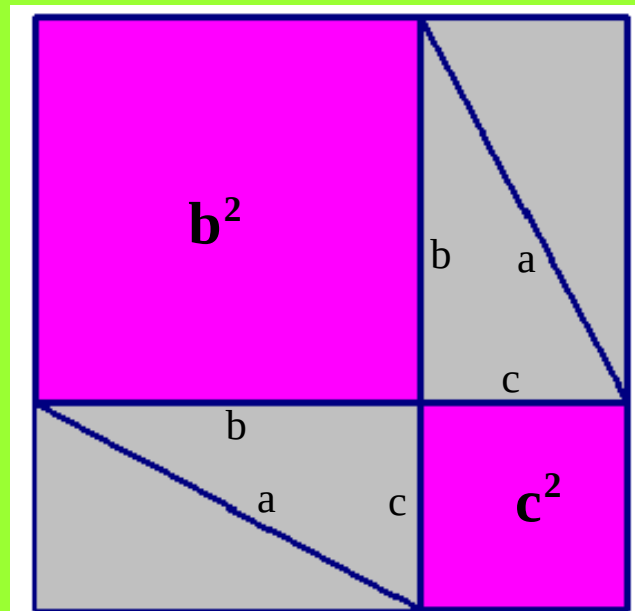
Si se desea tener la mayor cobertura en su interior, sin posibilidad de emitir señal al exterior

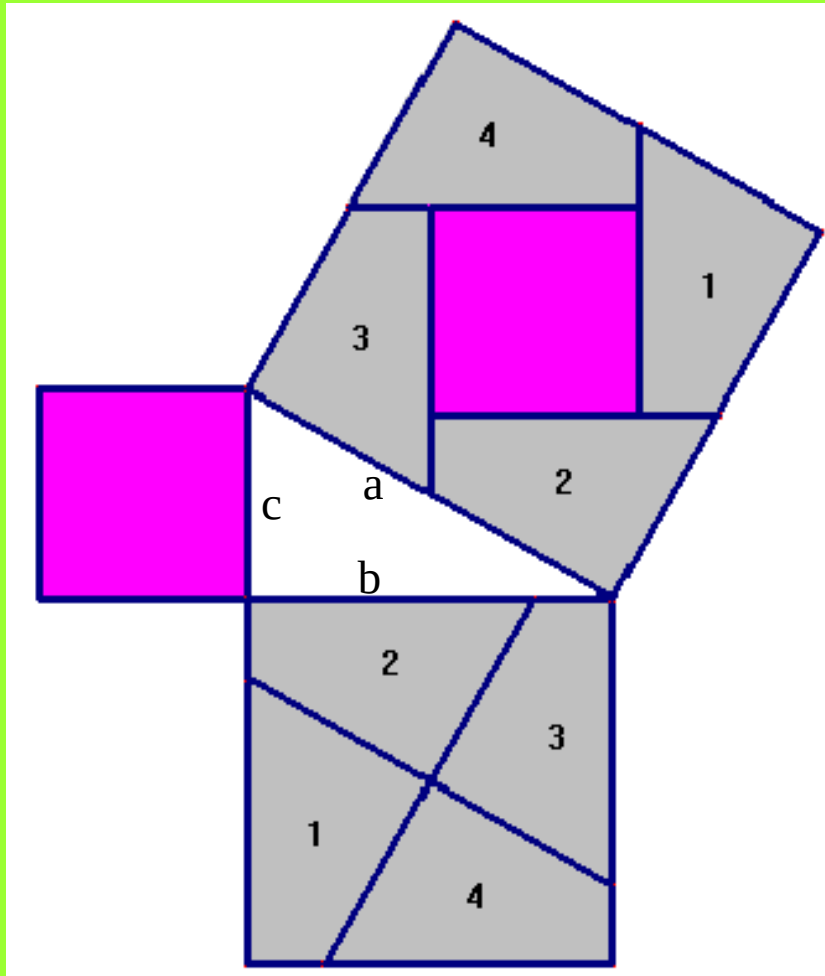
¿Cuál es el lugar óptimo para ubicar la antena?



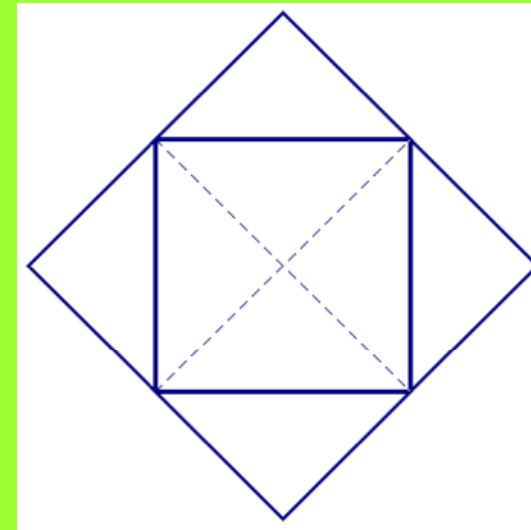
Demostración del Teorema de Pitágoras

- Es uno de los más populares
- No todo el mundo lo formula correctamente.
- Incluye disecciones y cálculo de áreas.

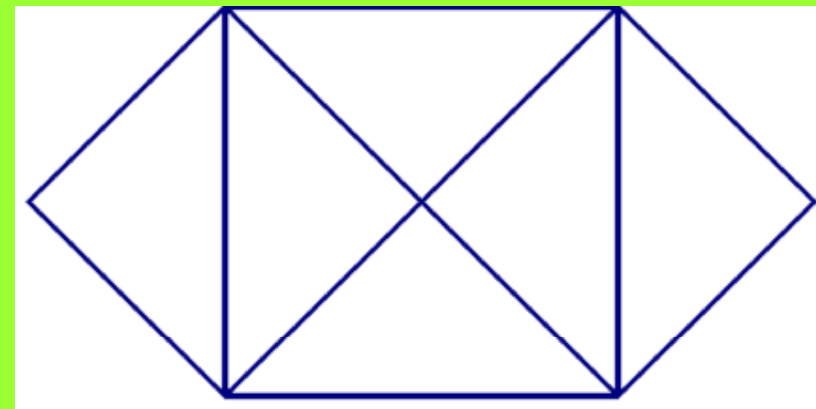




Rompecabezas de PERIGAL



GLASERSFELD

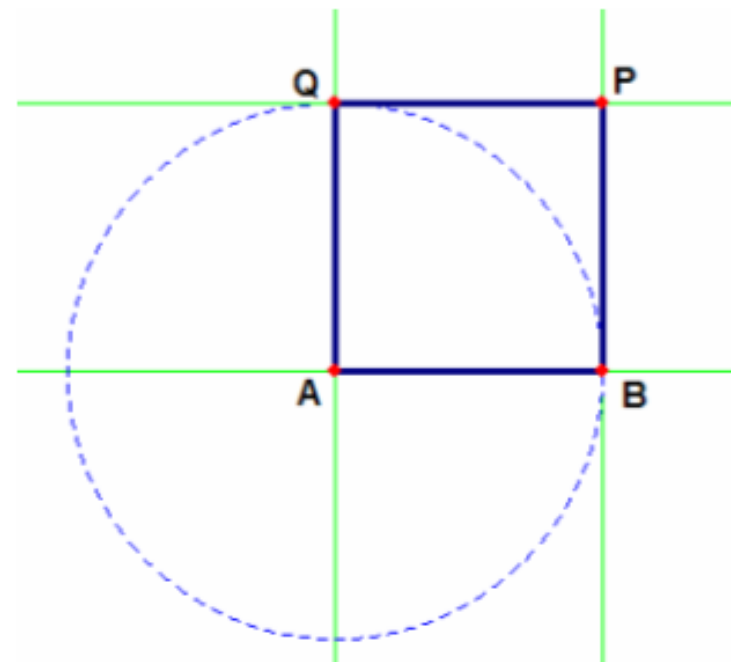


SCHOPENHAUER

TEOREMA DE PITÁGORAS CON CABRI

A) DIBUJAR UN CUADRADO

- 1.- Dibuja dos puntos A y B y la recta r que pasa por ellos.
- 2.- Dibuja las rectas perpendiculares a r que pasan por A y B.
- 3.- Dibuja la circunferencia con centro en A y radio AB.
- 4.- Dibuja una recta paralela a la recta que pasa por A y B.
- 5.- Marca los puntos C y D.
- 6.- Dibuja el cuadrado ABCD (¡OJO con el orden de los vértices!)
- 7.- Cambia el grosor y el punteado como aparece en la figura. El cuadrado ponle de color azul.



B) MACRO CUADRADO

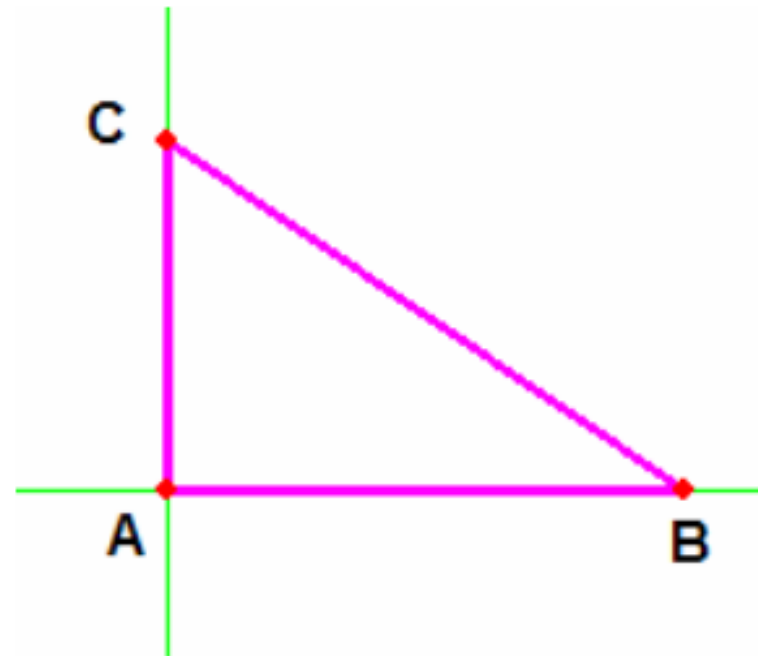
OBJETO INICIAL: puntos A y B.

OBJETO FINAL: polígono (cuadrado)

NOMBRE: cuadrado.

C) TEOREMA DE PITÁGORAS

- 1.- Dibuja un triángulo rectángulo ABC como en la figura. Comienza trazando una recta, sobre ella sitúa los puntos A y B.
- 2.- Con la MACRO “cuadrado” dibuja tres cuadrados de lados AC, CB y BA (¡OJO con el orden de los vértices!)
- 3.- Calcula el área de los tres cuadrados.
- 4.- Comprueba que se cumple el Teorema de Pitágoras con la herramienta CALCULADORA.
- 5.- Mueve los puntos A, B y C. Describe lo que sucede.



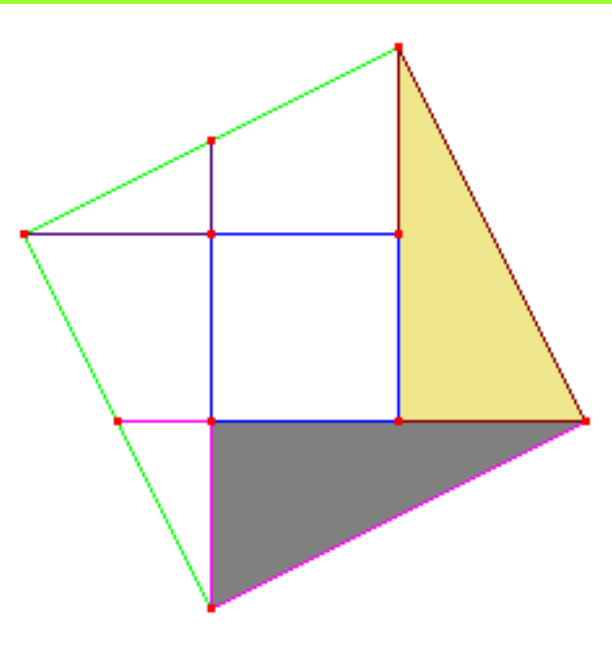
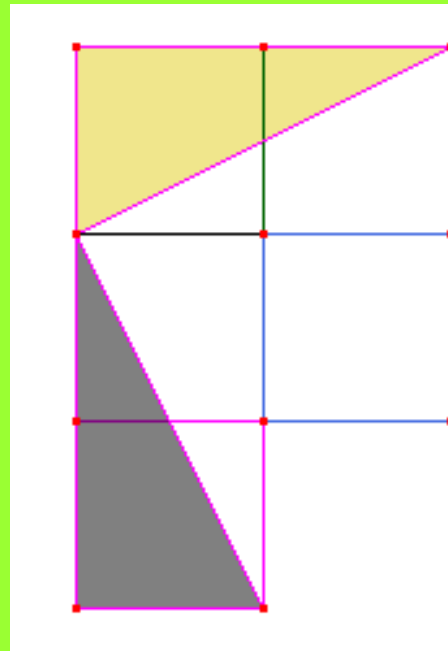
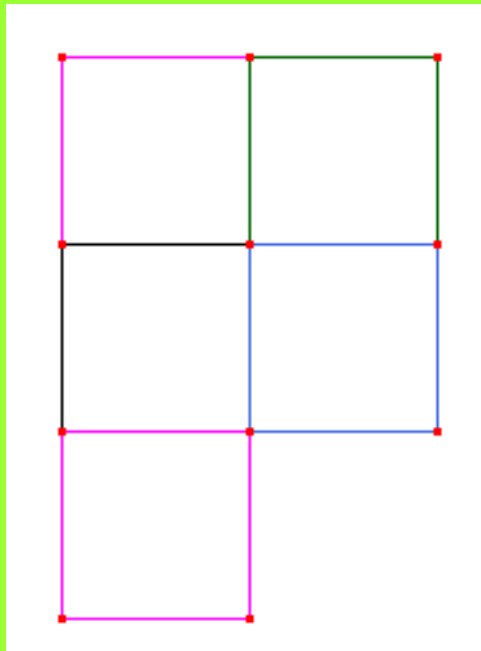
Teorema de Pitágoras generalizado

Medida de hipotenusas: $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ (números irracionales)

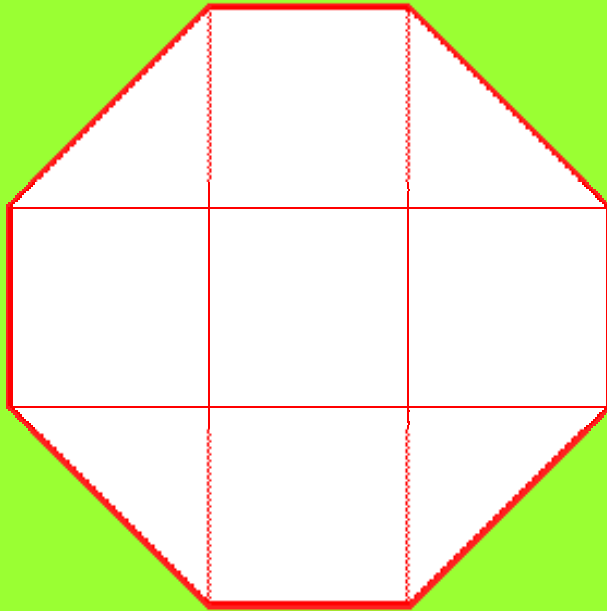
Ternas pitagóricas: $u^2 + v^2$, $u^2 - v^2$, $2uv$

ACTIVIDAD

Dibuja cinco cuadrados de una unidad de lado y córtalos en trozos para que se pueda formar con ellos un cuadrado.



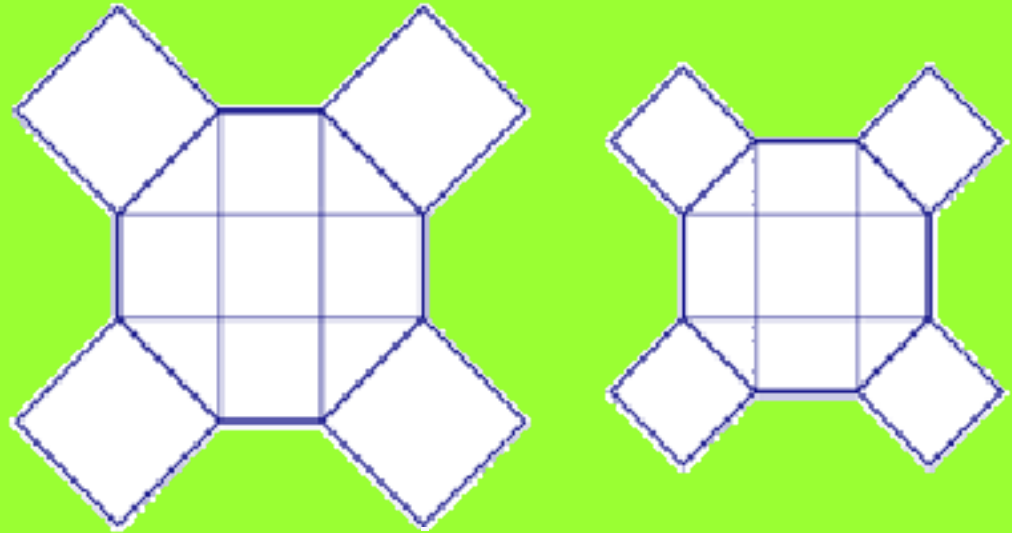
OCTÓGONOS FÁCILES DE CONSTRUIR



- Ver la diferencia entre los lados del polígono de 8 lados: cuatro son lados de un cuadrado y otros cuatro son diagonales del cuadrado.
- Regularidad e irregularidad.
- Calcular el área y el perímetro

OCTÓGONOS FÁCILES DE CONSTRUIR

Aplicación del Teorema de Pitágoras



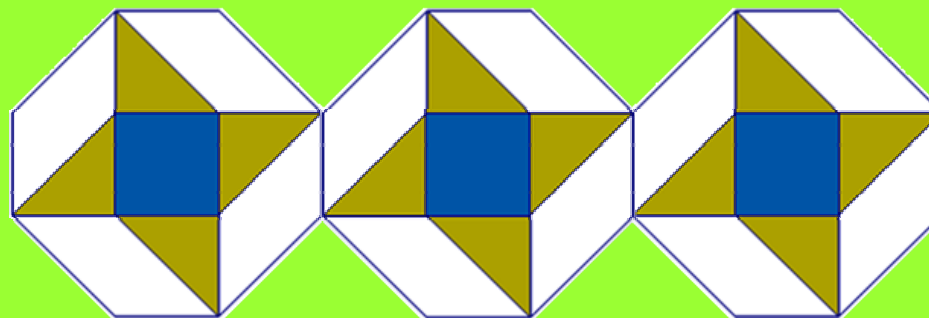
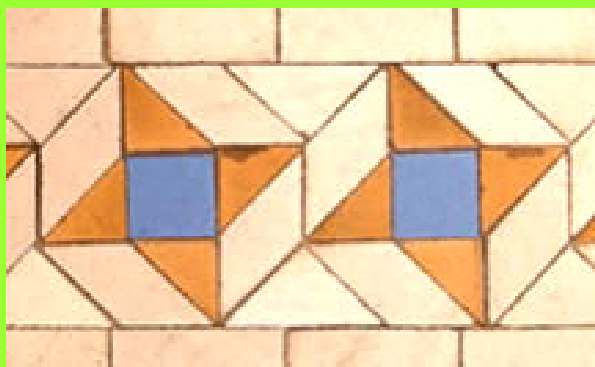
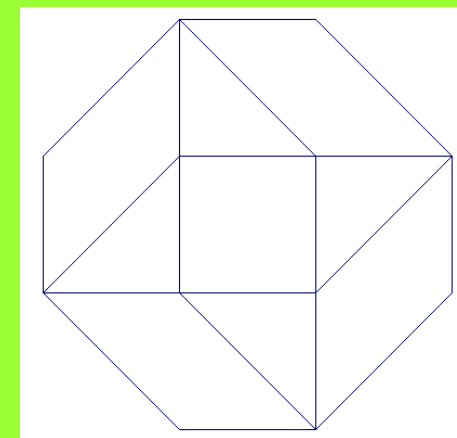
- La construcción de un octógono con baldosas cuadradas es muy utilizado en pavimentos.
- En el dibujo están representados dos octógonos de apariencia similar el de la izquierda es una representación del de la fotografía, el de la derecha es regular. ¿Cuál es la diferencia entre ellos?

OCTÓGONOS FORMADOS POR CUADRADOS Y TRIÁNGULOS

En la figura aparece el detalle de un octógono formado a partir de un cuadrado y de cuatro triángulos rectángulos isósceles apoyados en sus lados.

Suponiendo que el lado del cuadrado central mide 4cm. de longitud, calcula:

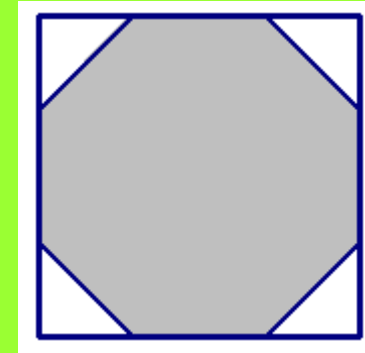
- 1.- Longitud de los lados de los triángulos y su área.
- 2.- Longitud de los lados de los paralelogramos y su área.
- 3.- Longitud de los lados del octógono y su área. Da razones por las que el octógono es irregular.
- 4.- La franja decorada tiene una longitud de 3,60 m. ¿Cuántos cuadrados, triángulos y paralelogramos contiene?



PROBLEMAS CON POLÍGONOS

Se quiere construir un estanque en forma de octógono regular inscrito en una zona ajardinada de forma cuadrada de 20 m. de lado.

Calcula el valor exacto de las dimensiones y de la superficie del estanque y de las zonas que quedan ajardinadas.



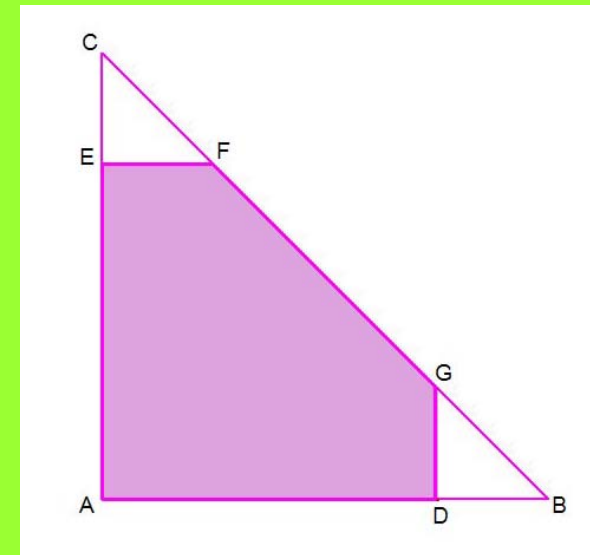
Se considera un triángulo rectángulo e isósceles ABC con catetos de longitud L.

Se corta al triángulo con segmentos DG y EF perpendiculares respectivamente a los lados AB y AC de tal forma que los segmentos AD y AE

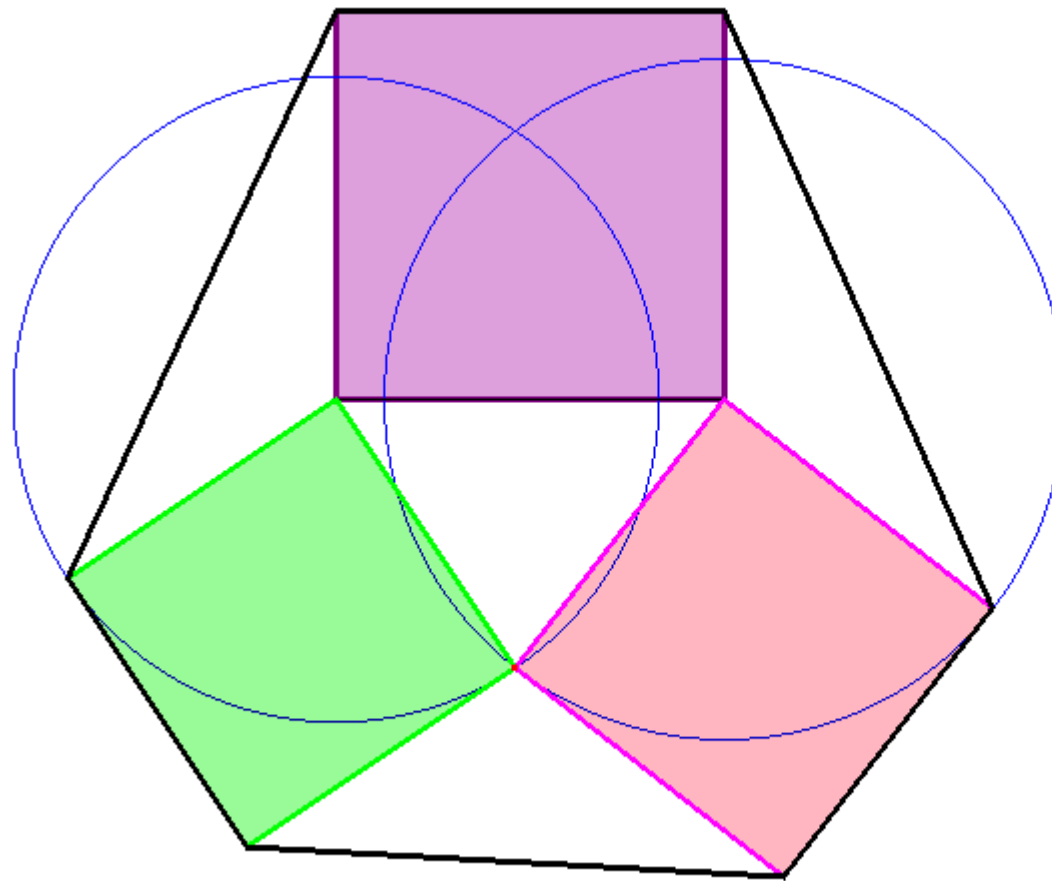
miden $\frac{3}{4}L$.

¿Cuanto mide la longitud L sabiendo que el área del pentágono construido es de 28 u?

¿Cuál sería la longitud del lado L si el área del pentágono fuese 7 u²?

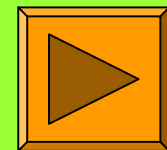


Calcula el área del
hexágono exterior

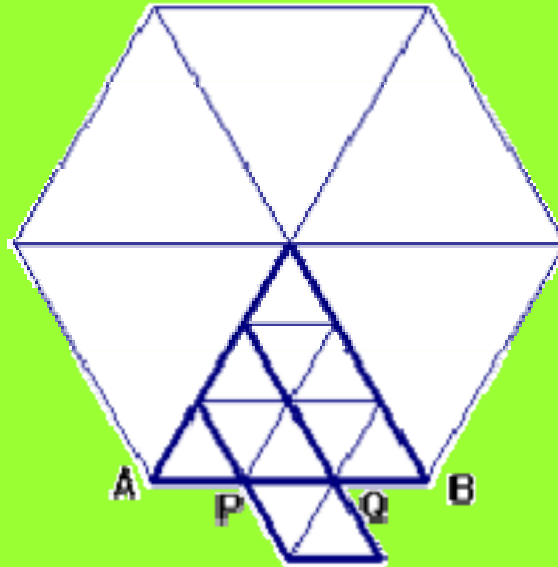


26 raiz de 26 = 5,10
20 raiz de 20 = 4,47
18 raiz de 18 = 4,24

Área del hexágono = 100,00 cm²



Logotipo diseñado a partir de un hexágono

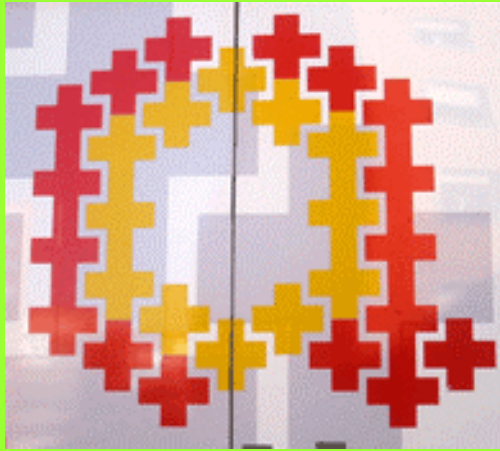


**DIBUJAR y
CALCULAR CON
CABRI**

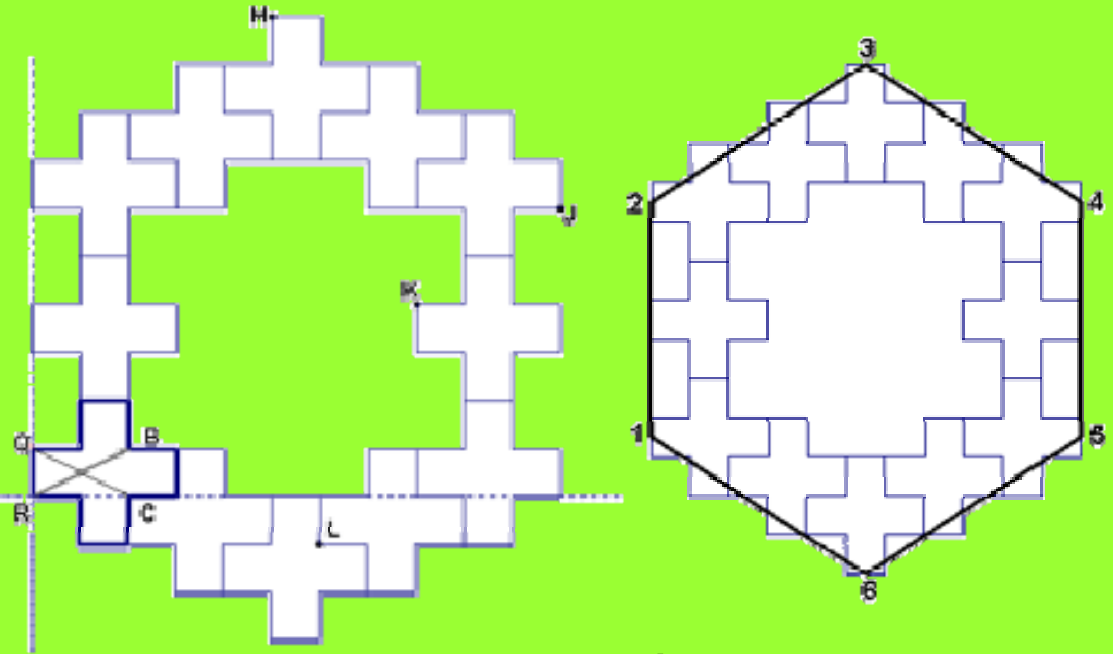
- Se divide el hexágono en 6 triángulos equiláteros y cada uno de ellos a su vez en otros 9 triángulos equiláteros. Se completa la construcción añadiendo 2 triángulos más.
- Si el lado de cada uno de los triangulitos mide una unidad ¿Cuánto mide el área del hexágono y y del logotipo completo?

ACTIVIDAD

Logotipo hexagonal con cruces



Las cruces forman un hexágono que es parte de la inicial a (ambulancia).



- La cruz está compuesta por 5 cuadrados. ¿Cómo se puede generar todo el hexágono con una cruz utilizando simetrías y traslaciones de vectores $\overrightarrow{RB}$ y $\overrightarrow{QC}$?
- Calcula las coordenadas de los puntos marcados, siendo R el origen de coordenadas.
- Halla el área del hexágono 123456 formado por dos triángulos y un rectángulo.

EL DIN A-4: APLICACIONES

FRACCIONES

Relacionar el área de los rectángulos obtenidos repitiendo la división de un DIN A-4 en dos rectángulos iguales con el área inicial y así sucesivamente.

PROBLEMA

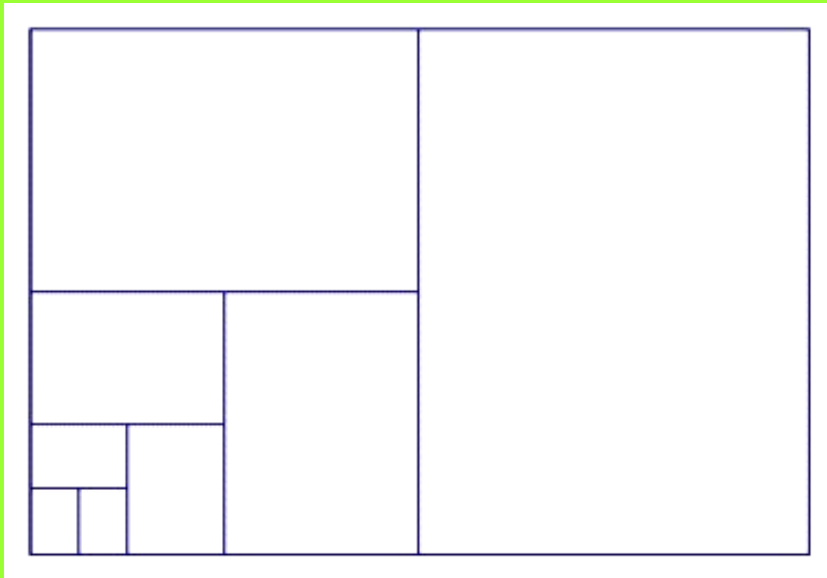
¿Cómo calcular el grosor de una hoja de papel?

¿Cuántas veces puedes doblar una hoja de papel por su mitad?

Sólo tenemos que darnos cuenta de que el grosor del papel se multiplica por dos en cada doblez, de forma que haciendo cinco dobleces el papel tiene un grosor 2^5 veces el inicial.

*Doblando diez veces obtendríamos un grosor igual a $2^{10} \cdot 0,01 = 10,24$ cm.
¿Podrás doblarlo 40 veces?*

EL DIN A-4: PROPIEDADES

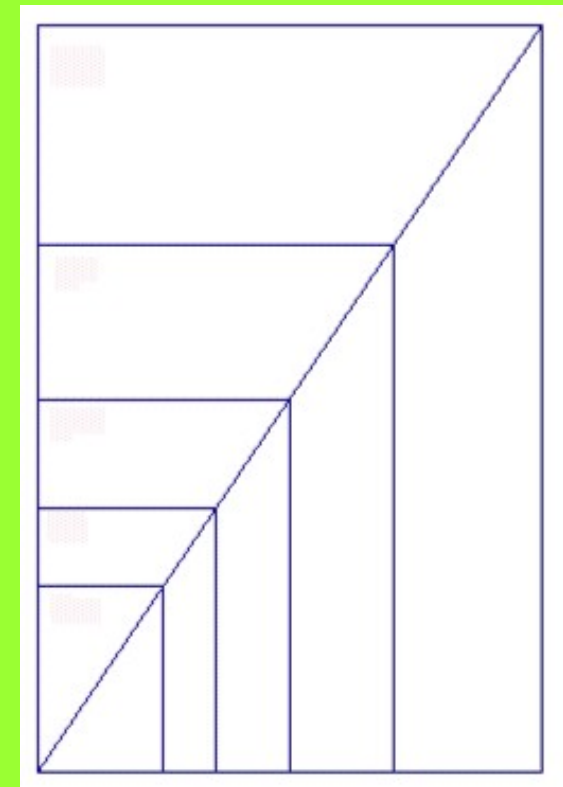


La razón entre las longitudes de los lados mayor y menor de una hoja DIN A-4 es el número irracional $\sqrt{2}$

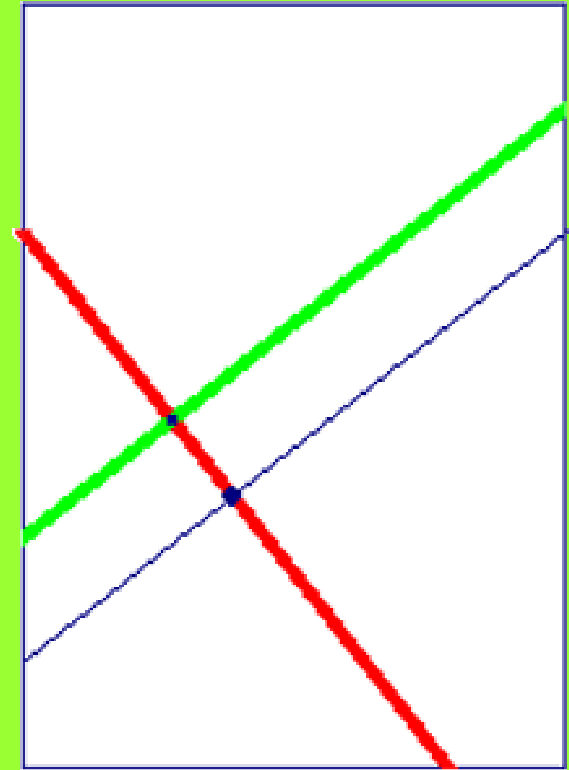
Al dividir una hoja DIN A4 por la mitad se obtienen dos rectángulos que tienen la misma proporción que el rectángulo inicial.

El nuevo rectángulo obtenido tiene las mismas propiedades que el rectángulo DIN A4 de partida.

Con papel



- RECTAS PERPENDICULAR Y PARALELA A OTRA DADA.
- RECTAS PERPENDICULAR Y PARALELA POR UN PUNTO EXTERIOR A UNA RECTA DADA.
- RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO CON PAPIROFLEXIA



ÁNGULOS - CONSTRUCCIONES CON PAPEL

90°

45°

22°30'

60°

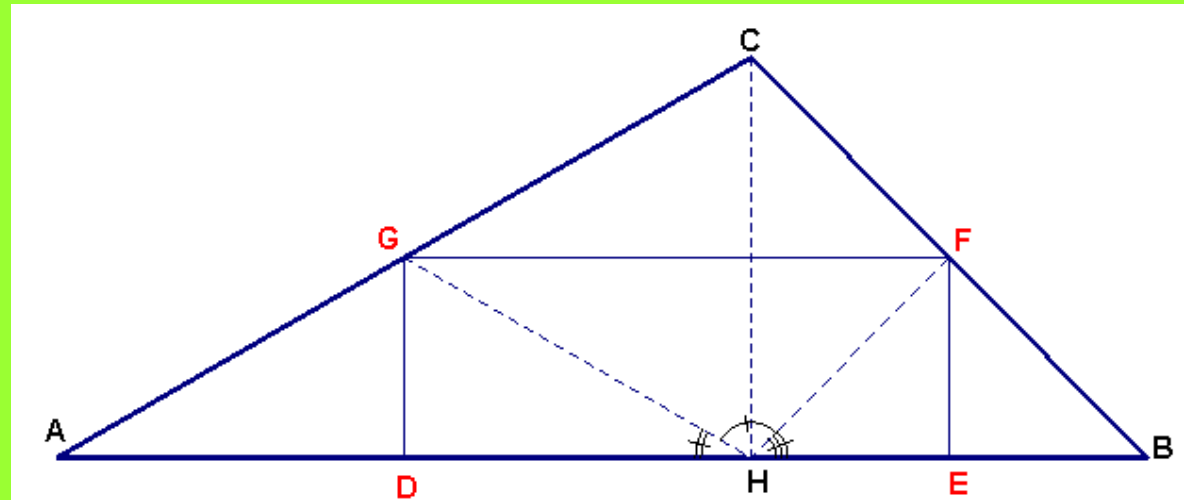
30°

15°

135°

SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO Y SU ÁREA

- Se toma un triángulo cualquiera ABC.
- Se dobla por la altura correspondiente a C, CH.
- Se pliegan los ángulos del triángulo de tal forma que los vértices A, B y C se reúnan en H.
- Evidentemente al juntarse forman un ángulo de 180°.



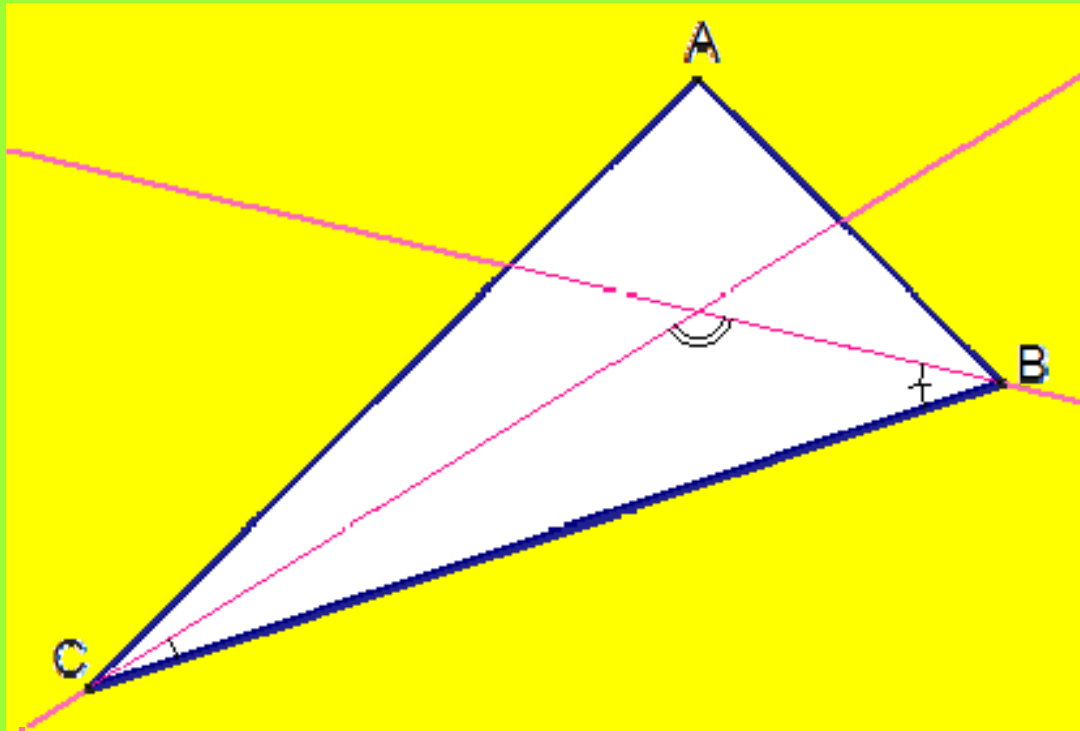
El área del triángulo es el doble del área del rectángulo DEFG.

$$A(T) = 2 \cdot A(R) = 2 \cdot DE \cdot EF = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} AB \cdot \frac{1}{2} HC \right) = \frac{1}{2} AB \cdot HC$$

Área del triángulo = $\frac{1}{2}$ base · altura

PROBLEMA

Hallar el ángulo que forman las bisectrices de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo.



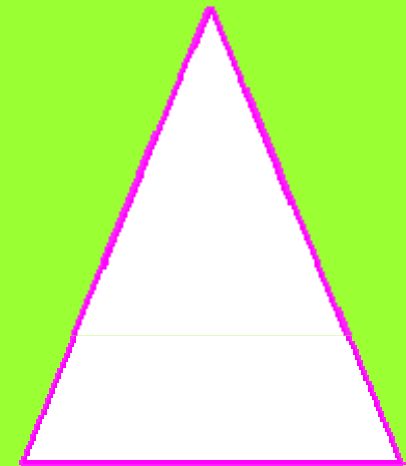
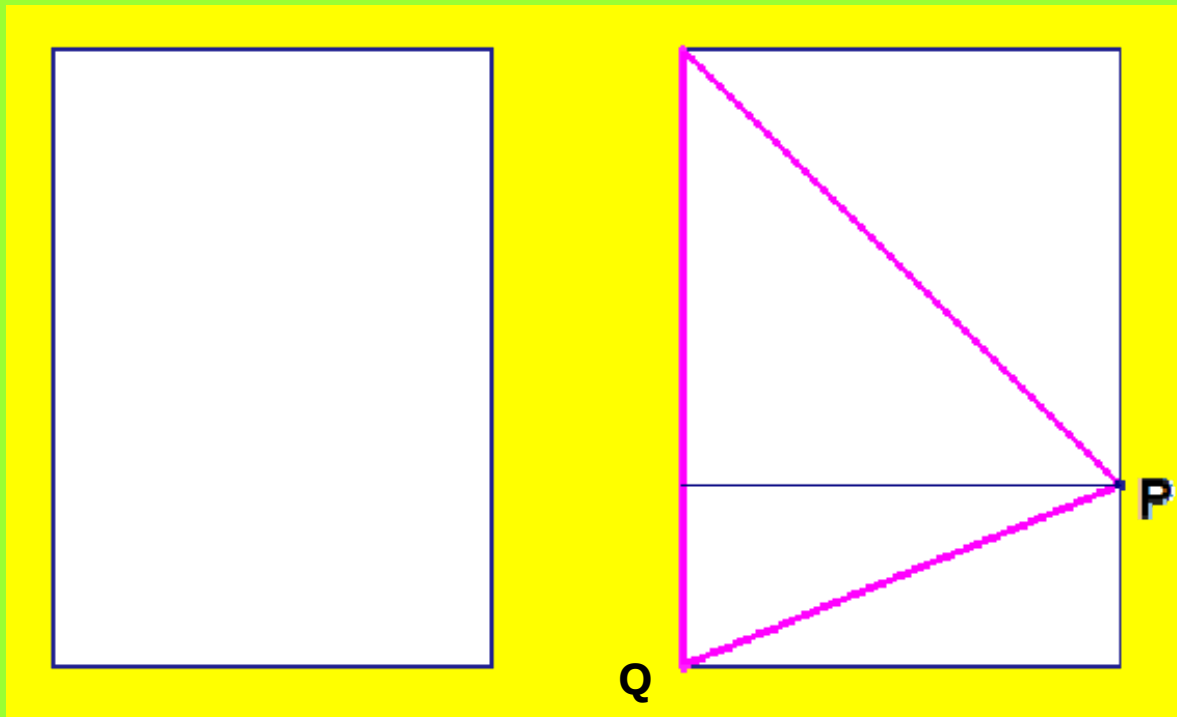
$$A + B + C = 180^\circ$$

$$B + C = 90^\circ$$

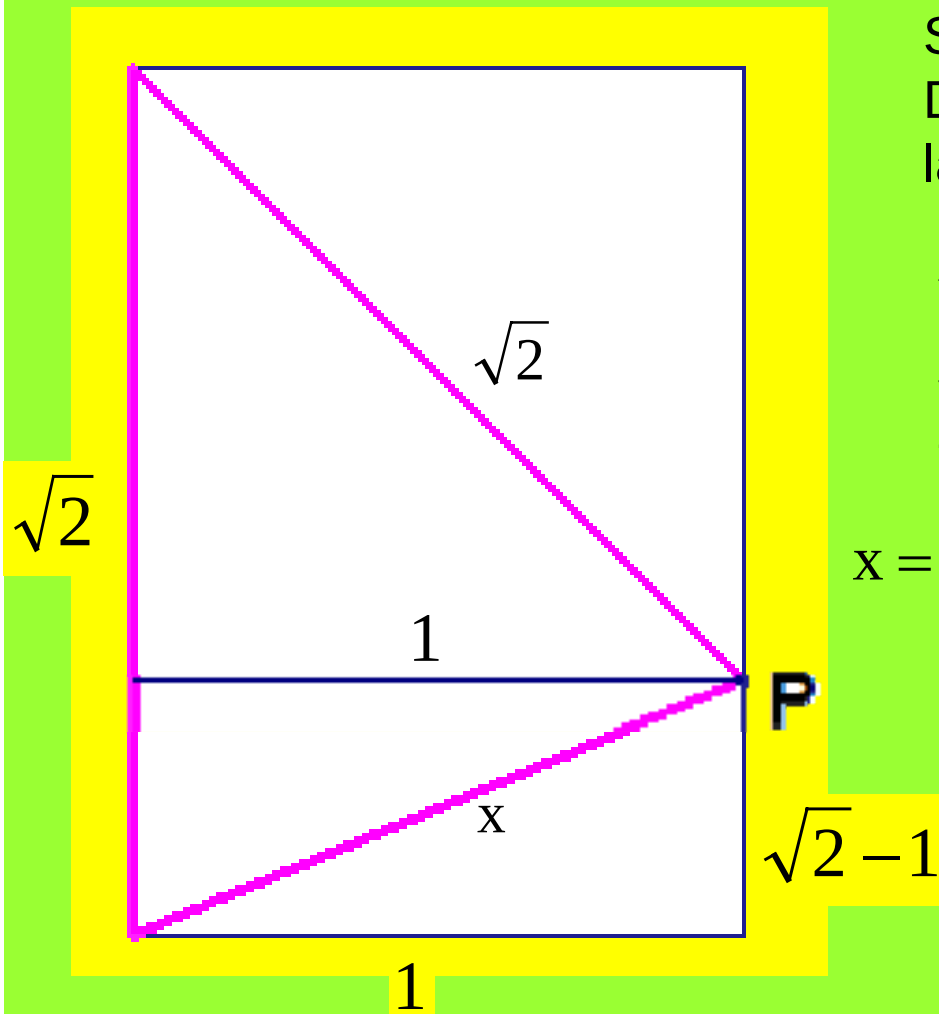
$$180^\circ - \left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

TRIÁNGULO ISÓSCELES A PARTIR DE UN DIN A-4

- 1.- Se toma una hoja de papel DIN A-4
- 2.- Se marca el cuadrado y su diagonal
- 3.- Se dobla uniendo el punto **P** con el vértice opuesto de la hoja de papel **Q**.



¿ES UN TRIÁNGULO ISÓSCELES?



Si se considera el lado menor del DINA-4 de longitud una unidad su lado mayor y la diagonal miden $\sqrt{2}$

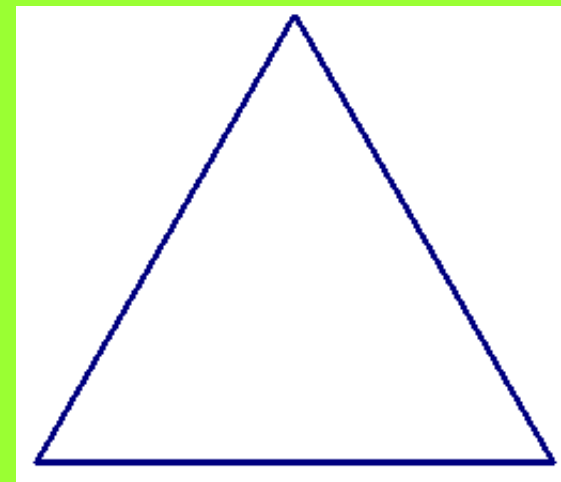
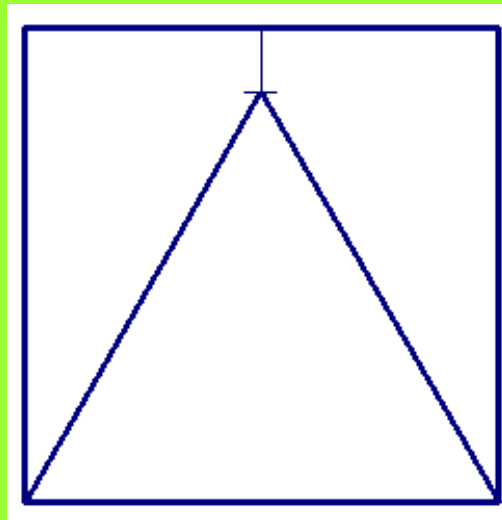
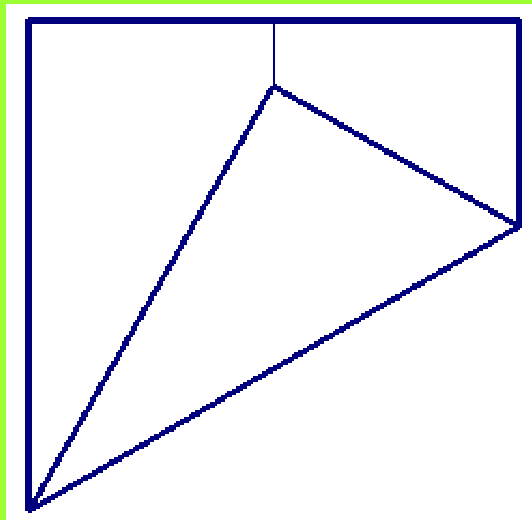
Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo cuyos catetos miden $\sqrt{2}-1$ y 1 se tiene que el lado desigual del triángulo mide:

$$x = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2 + 1^2} = \sqrt{4-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

Comprobar que el triángulo es isósceles hallando sus ángulos.

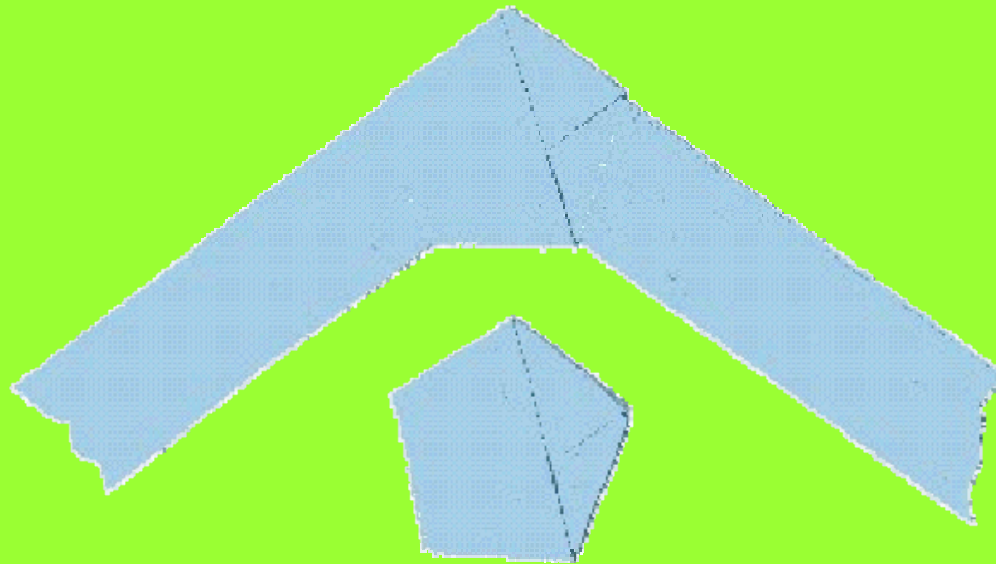
TRIÁNGULO EQUILÁTERO

Construcción de un triángulo equilátero a partir de un cuadrado

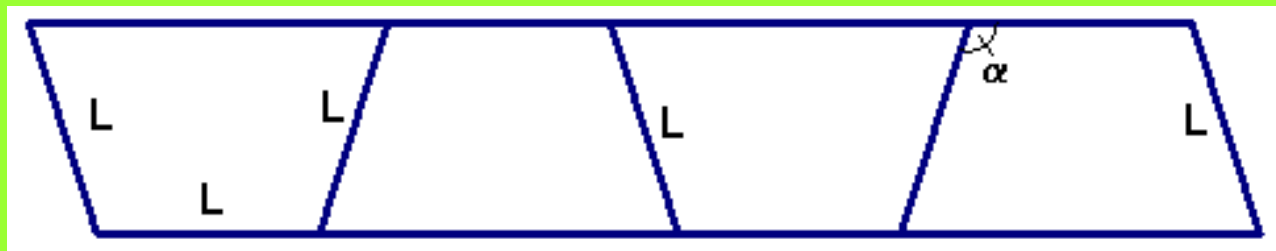


PENTÁGONO

Construcción de un pentágono a partir de una tira de papel



Al desdoblar se
obtiene un
paralelogramo
dividido en cuatro
trapecios isósceles



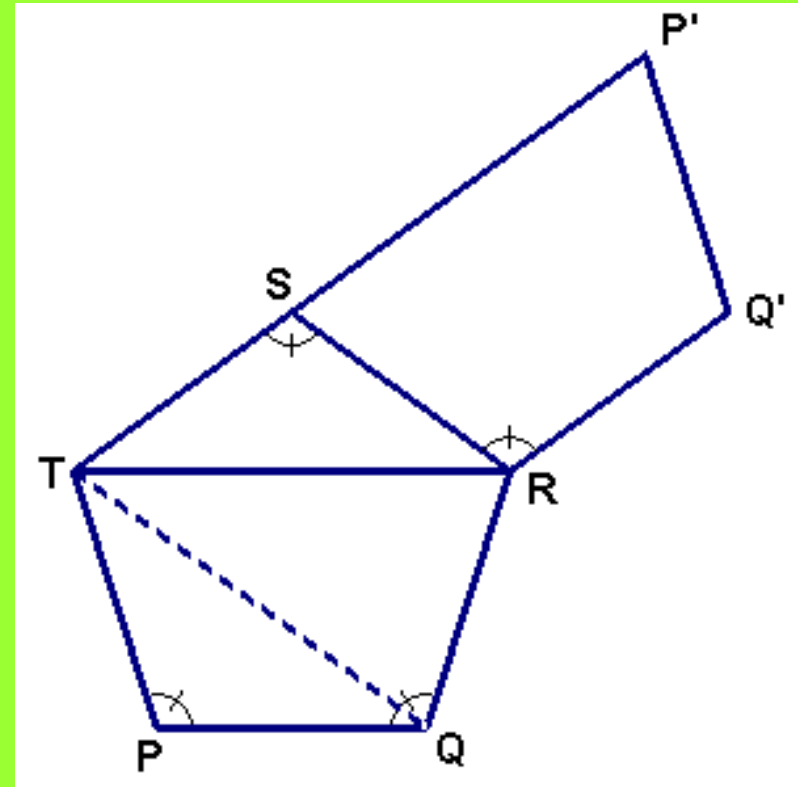
El pentágono es regular

El pentágono es equilátero

porque sus lados coinciden con lados iguales de los trapecios.

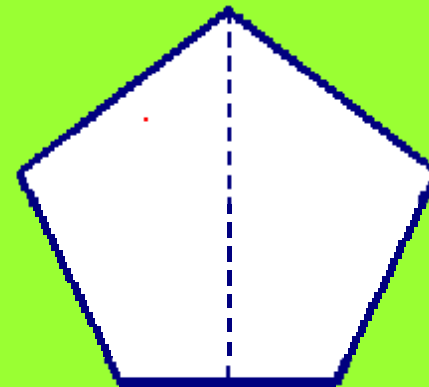
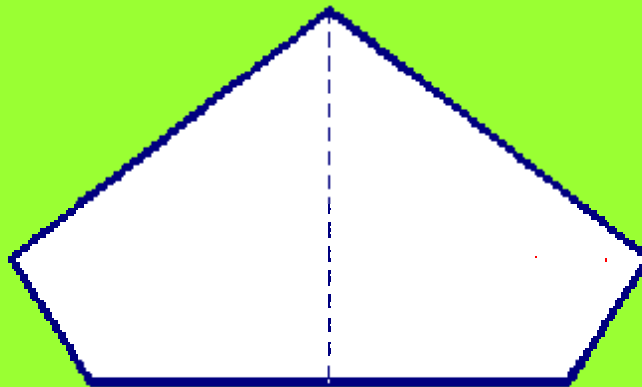
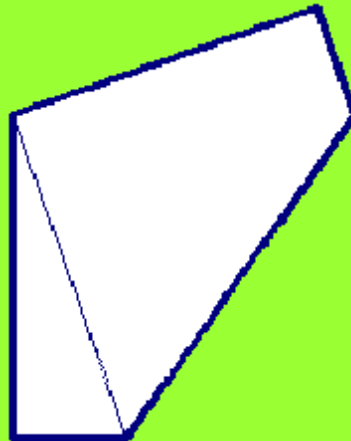
El pentágono es equiángulo

porque ángulos del pentágono obtenido son iguales ya que coinciden con los ángulos de los trapecios isósceles PQRT, QRST y RQ'P'S, como se comprueba desplegando parte del nudo.



PENTÁGONO REGULAR

Construcción de un pentágono a partir de un DIN A4

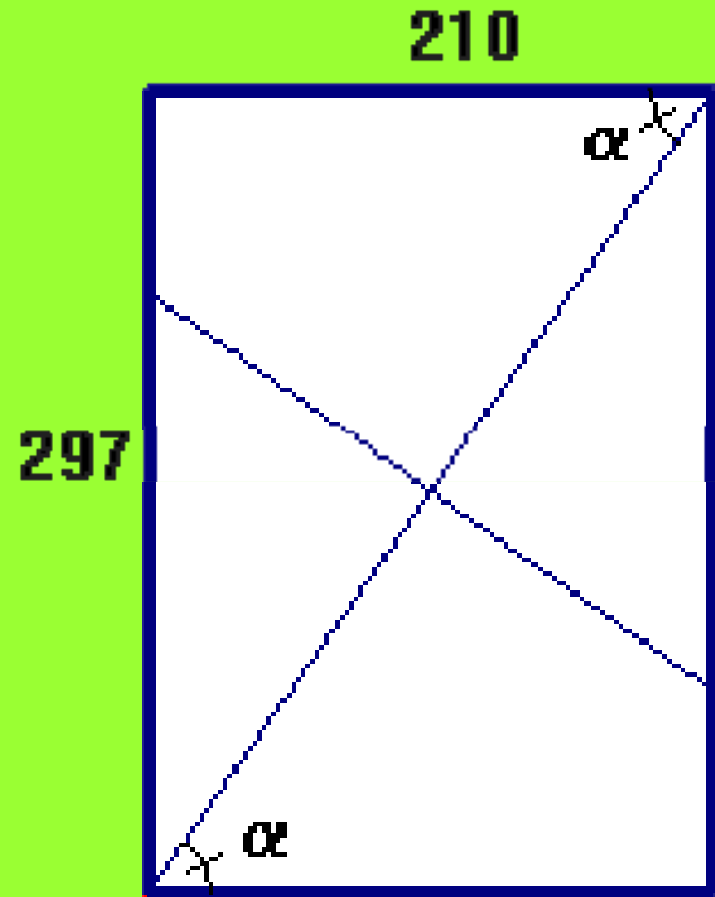


¿ES UN PENTÁGONO REGULAR?

En un formato DIN A4 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{297}{210}$ de donde $\alpha = 54,74^\circ$

Por tanto, el pentágono
construido con este formato
de papel tiene por
ángulo interior $2\alpha = 109,47^\circ$.

No
es un pentágono regular



¿CÓMO OBTENER UN PENTÁGONO REGULAR?

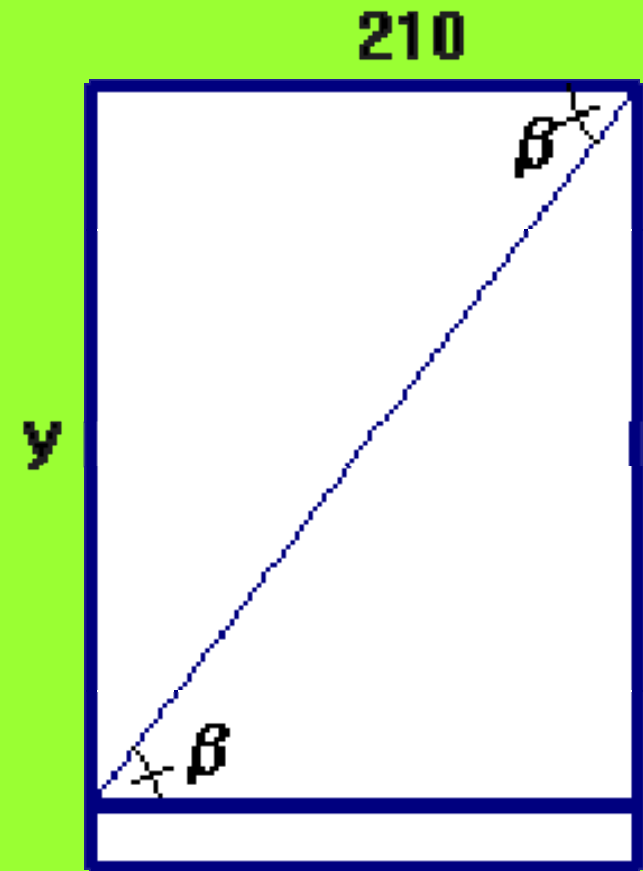
El ángulo interior del pentágono regular es 108° .

¿Cuál es el tamaño de papel adecuado para construir este pentágono regular?

¿Cuánto debe medir y para que

$$\beta = 54^\circ ?$$

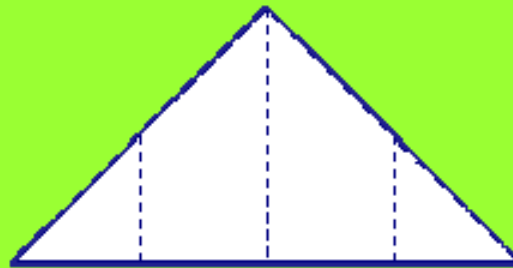
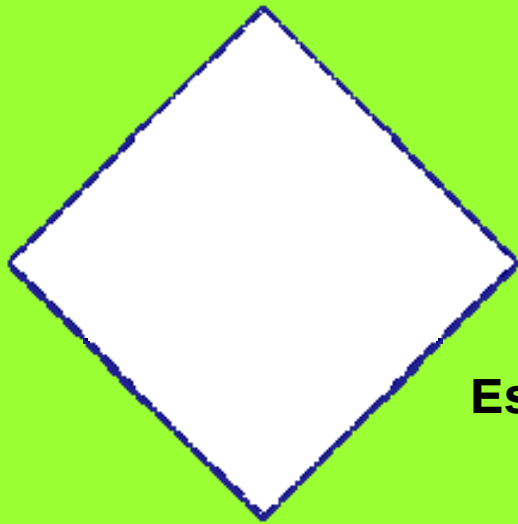
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{210} \Rightarrow y = 210 \cdot \operatorname{tg} 54 = 289,04 \text{ mm}$$



Se debe recortar $297 - 289,04 = 7,96\text{mm} \approx 8\text{mm}$

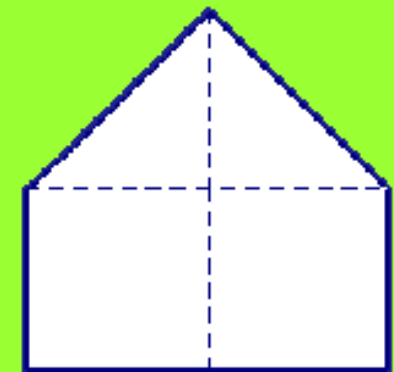
PENTÁGONO “CASITA”

Construcción de un pentágono “casita” a partir de un cuadrado



Este pentágono tiene tres ángulos rectos.

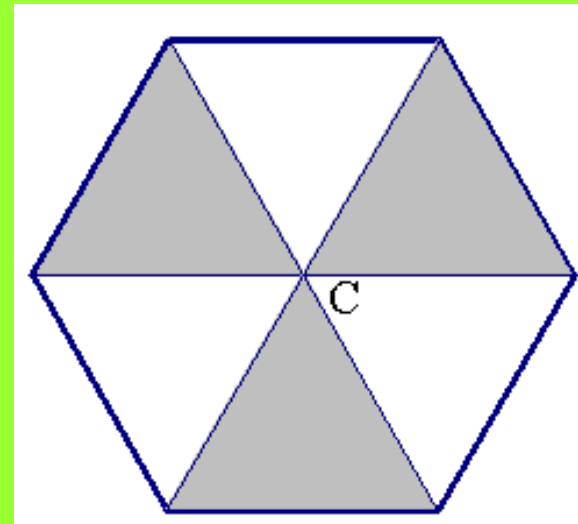
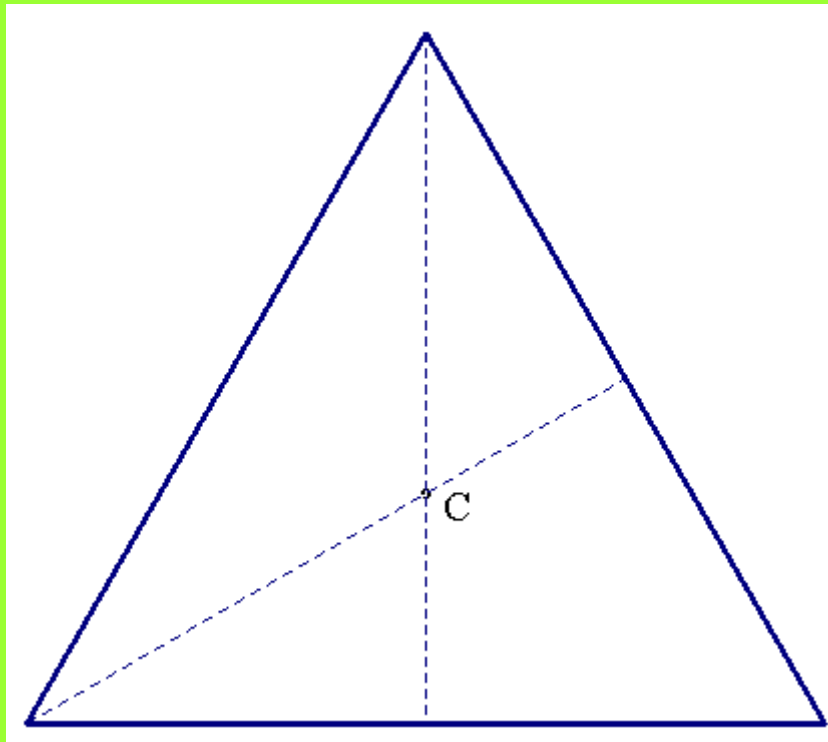
Su área es igual al área de tres cuadrados de lado $\frac{1}{4}$ de la diagonal del cuadrado inicial.



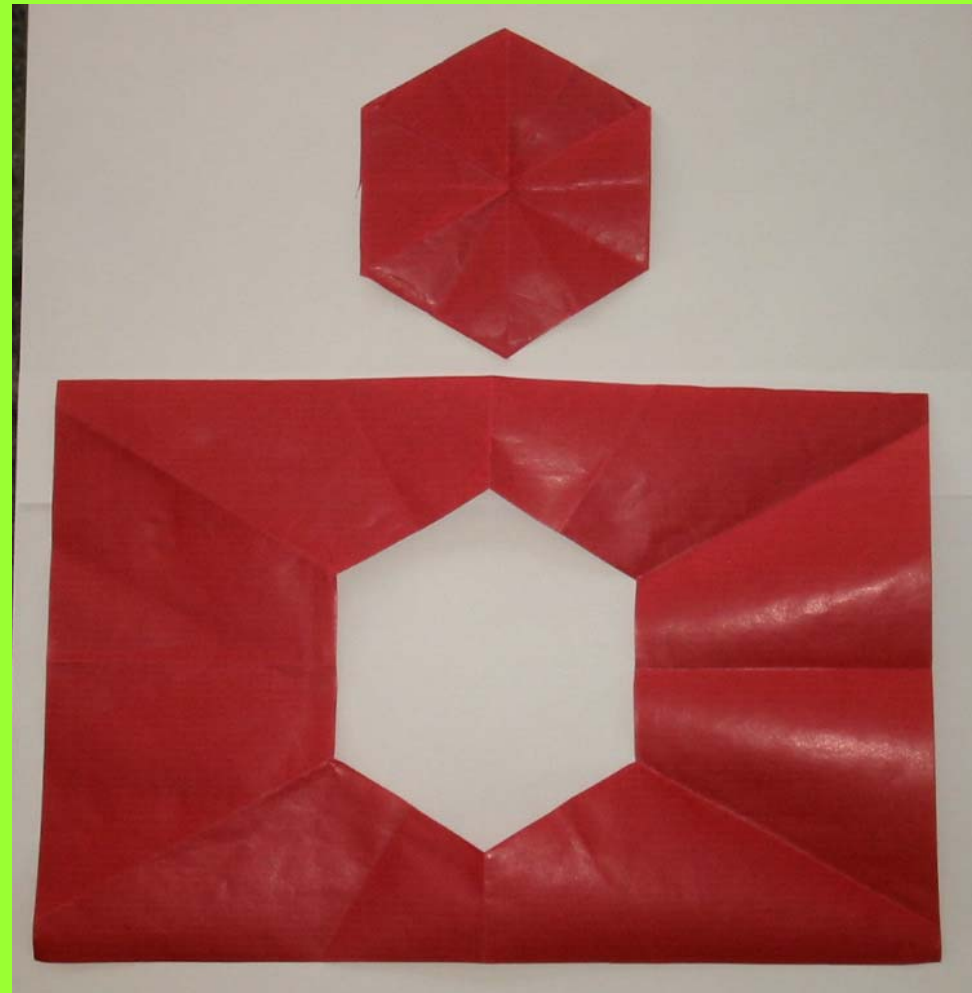
El pentágono casita recubre el plano.

HEXÁGONO REGULAR

Construcción de un hexágono a partir de un triángulo equilátero



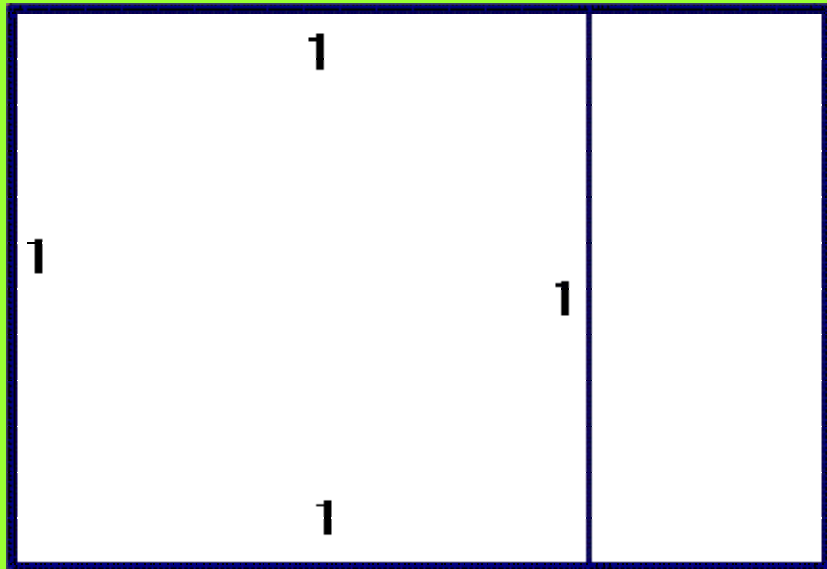
HEXÁGONO REGULAR



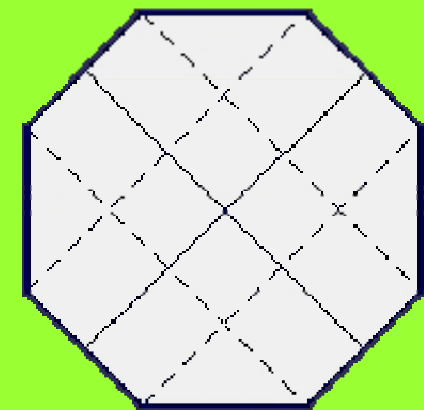
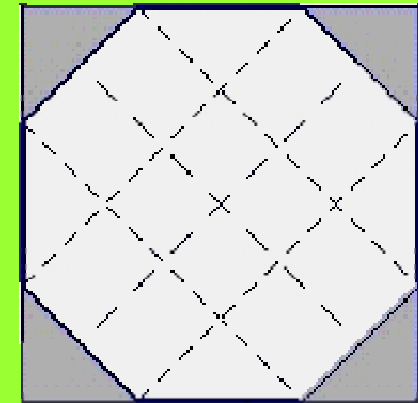
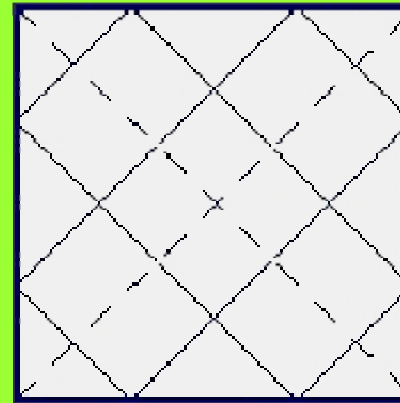
OCTÓGONO REGULAR

Construcción de un octógono a partir de un DIN A-4

$$\longleftrightarrow \sqrt{2} - 1 \longleftrightarrow$$



$$\longleftrightarrow \sqrt{2} \longleftrightarrow$$



OCTÓGONO REGULAR

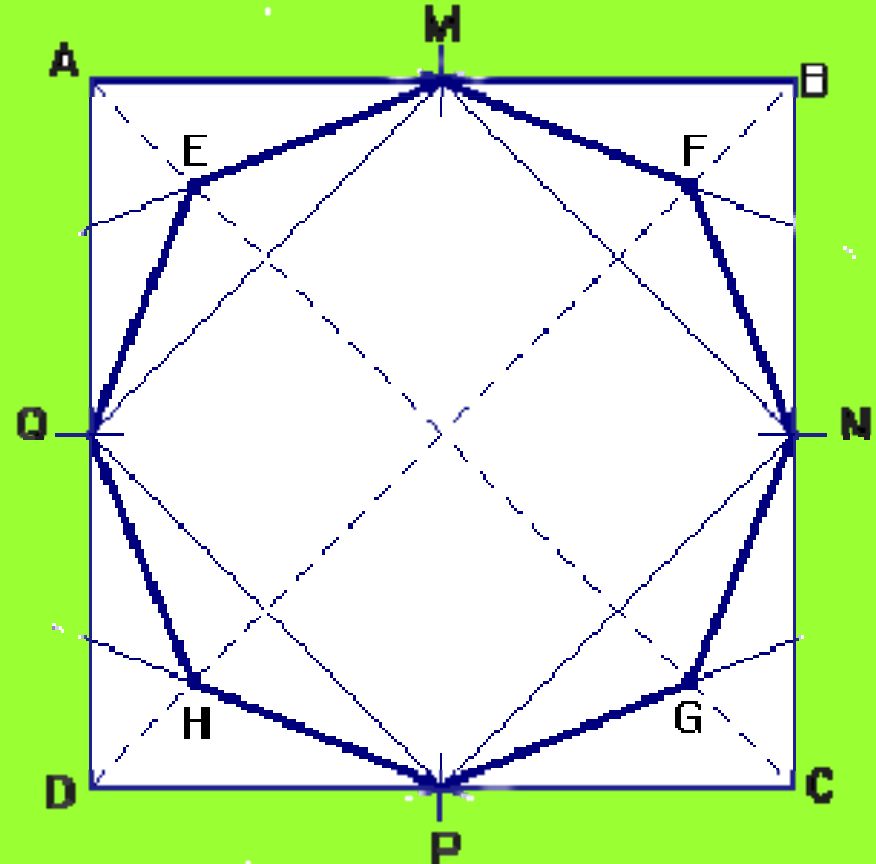
Construcción de un octógono a partir de un cuadrado

Se toma un cuadrado ABCD.

Se marcan los puntos medios de los lados y se dobla en cresta para formar el cuadrado MNPQ.

Se bisecan los ángulos de 45° que forman los lados de los dos cuadrados.

Se marcan los puntos de intersección de estas bisectrices con las diagonales del cuadrado inicial.

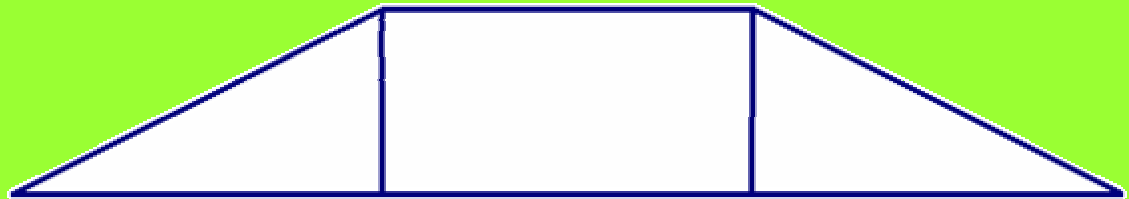
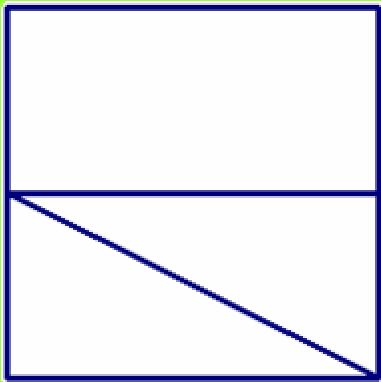
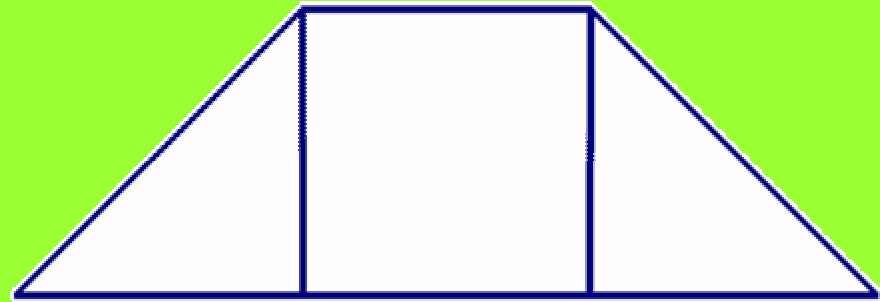
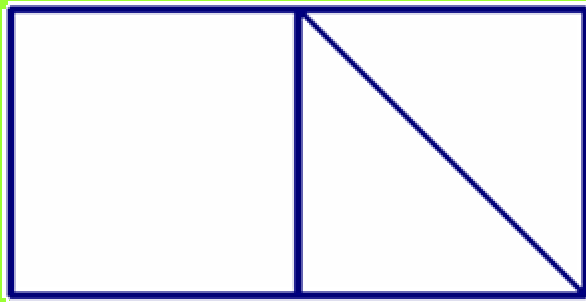


Los ocho puntos obtenidos son los vértices del octógono.

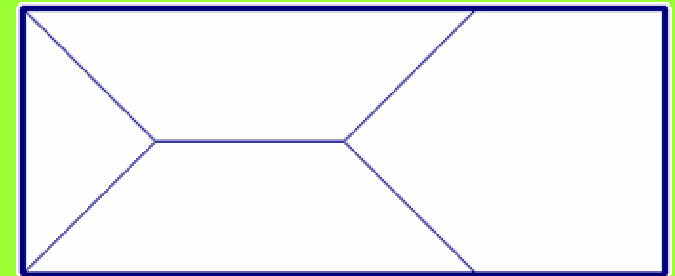
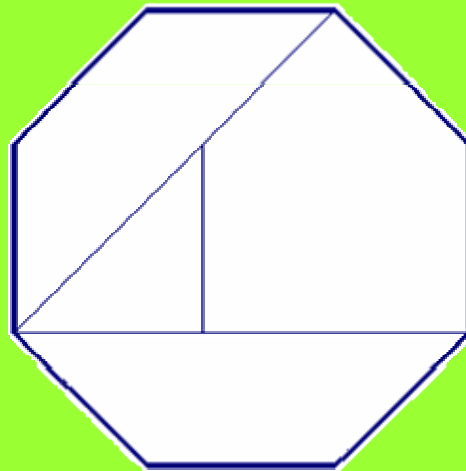
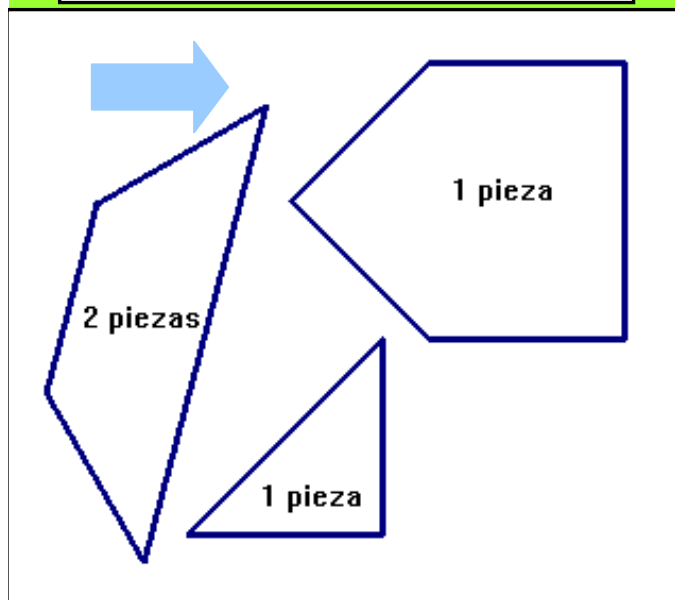
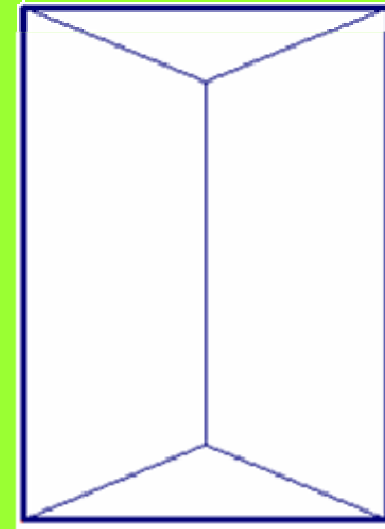
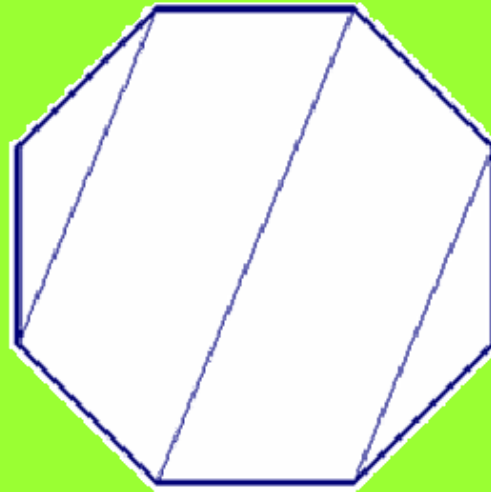
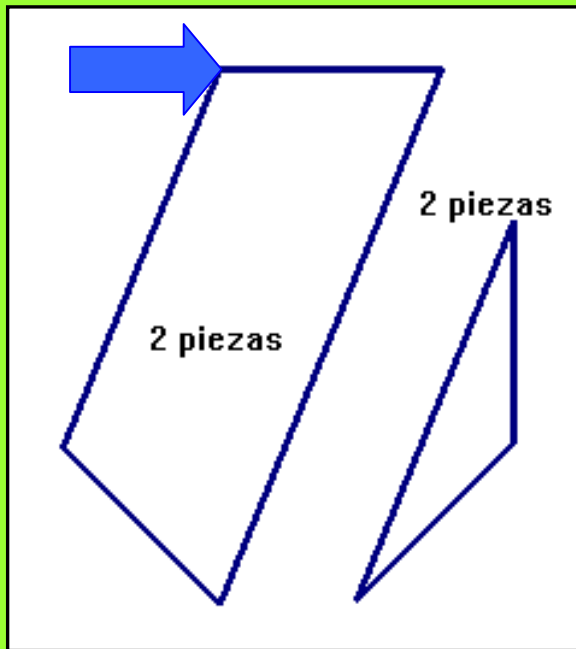
DISECCIONES

Figuras equicompuestas.- las construidas con las mismas piezas

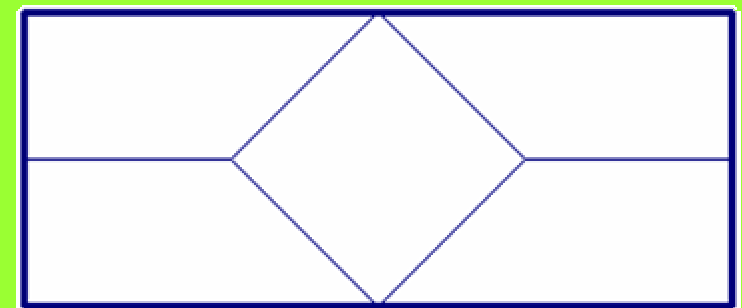
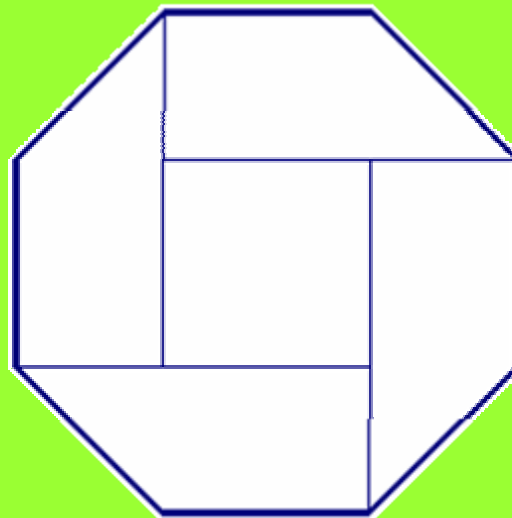
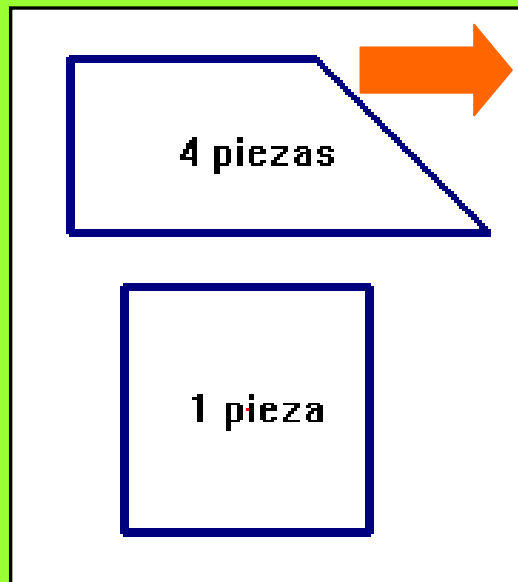
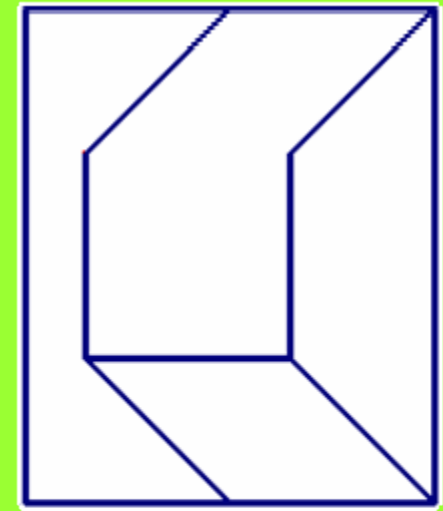
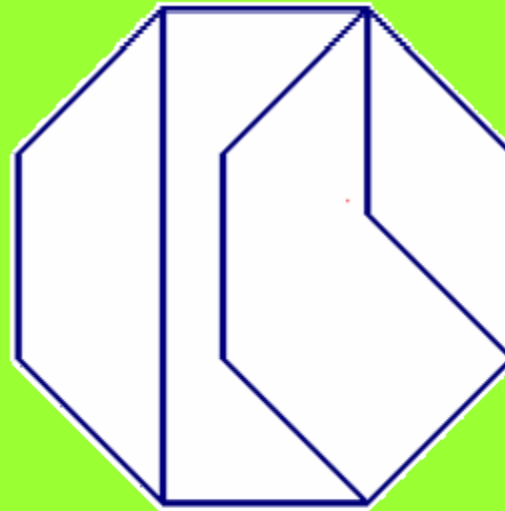
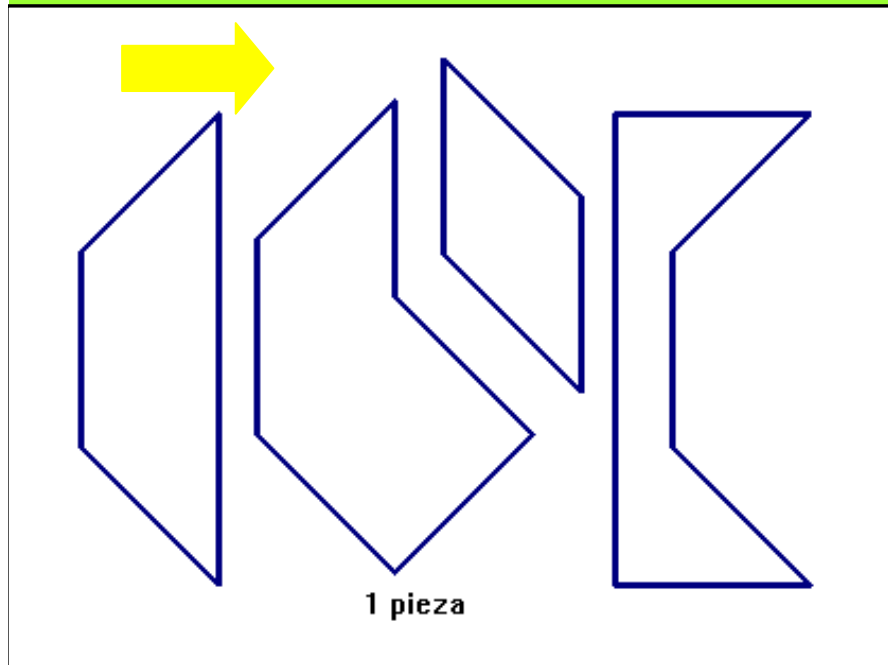
Figuras equivalentes.- las que tienen la misma área



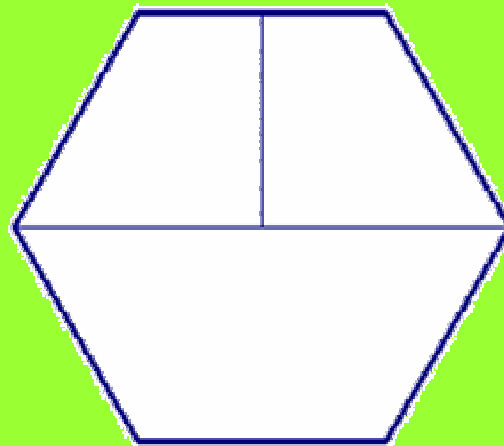
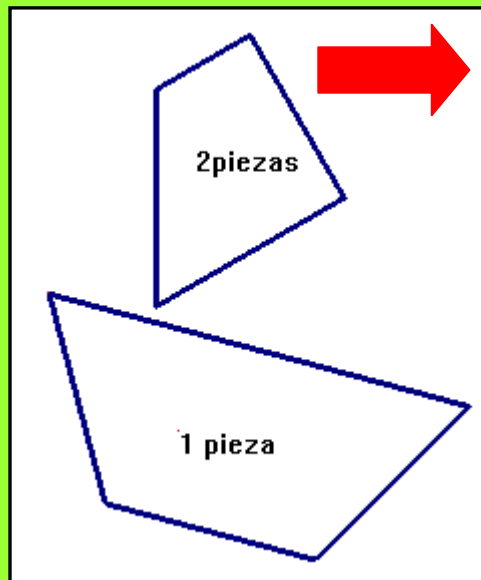
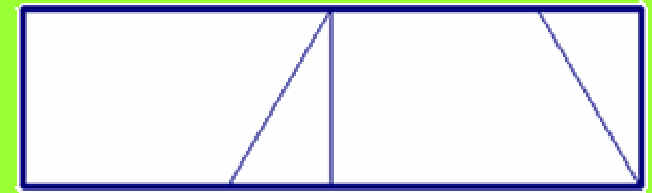
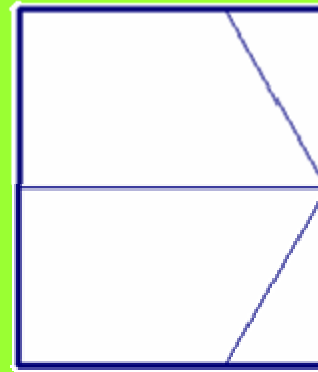
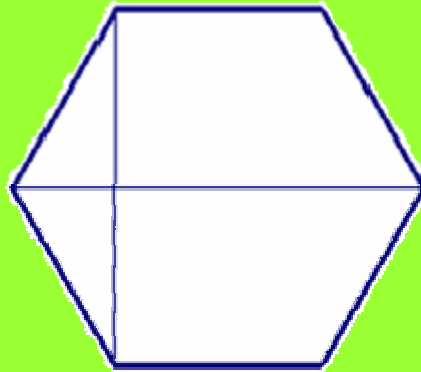
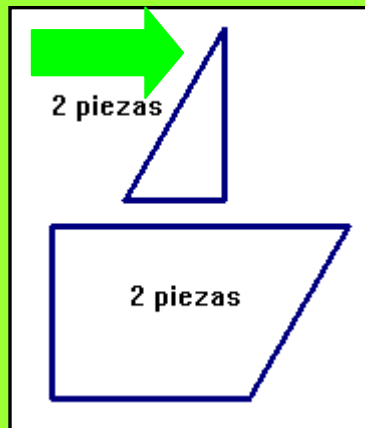
DISECCIONES del OCTÓGONO



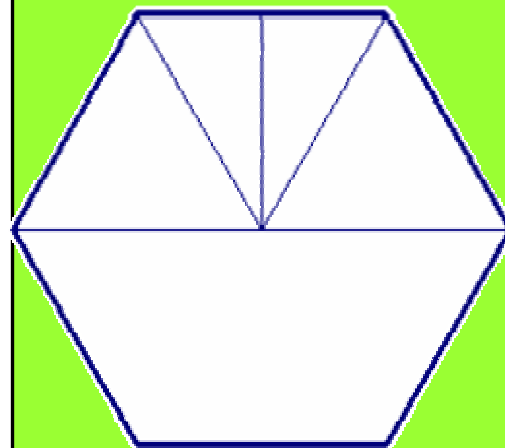
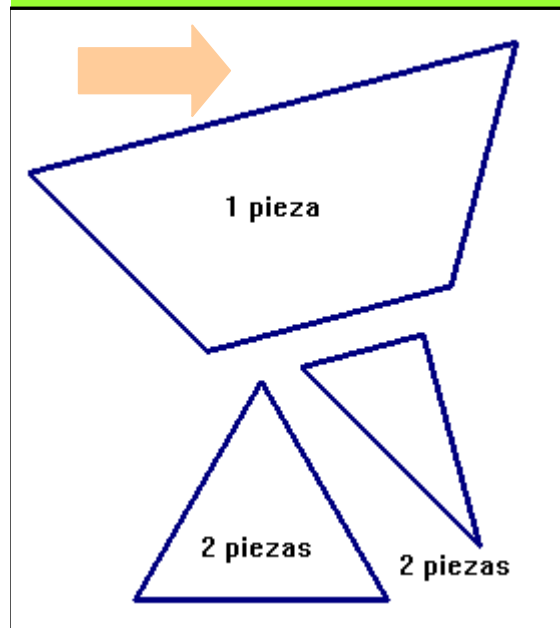
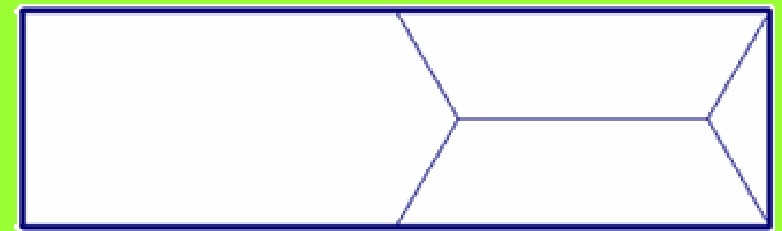
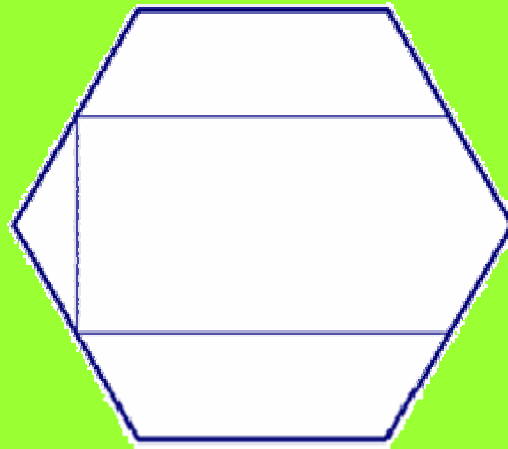
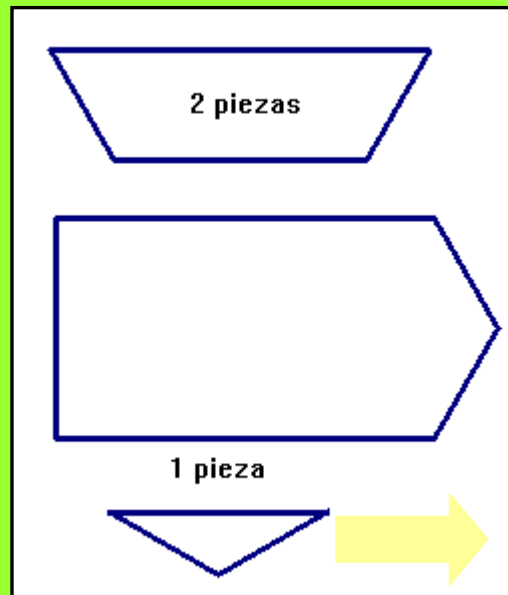
DISECCIONES del OCTÓGONO



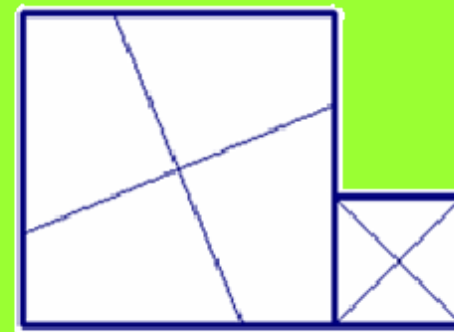
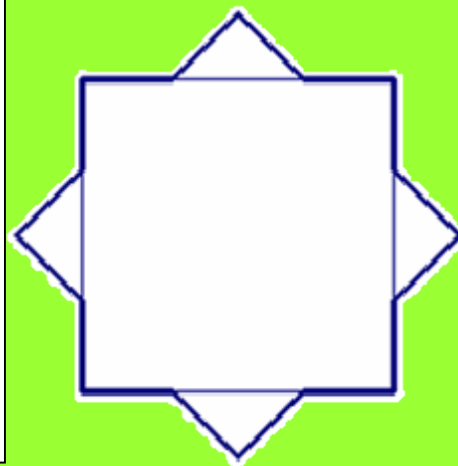
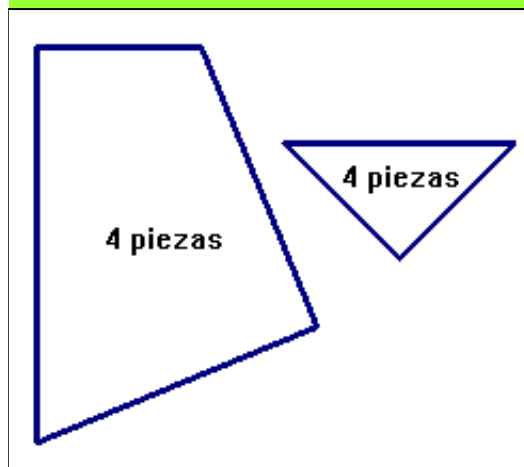
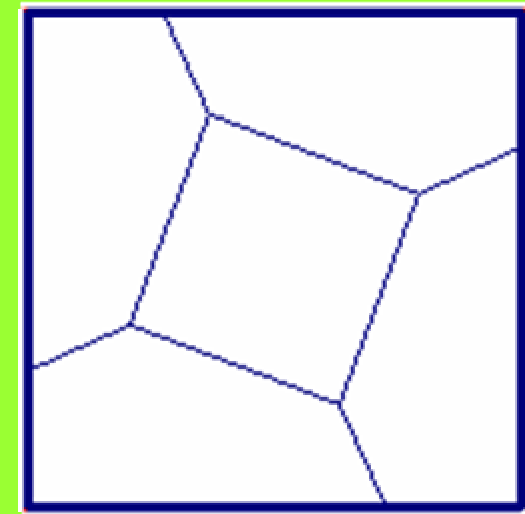
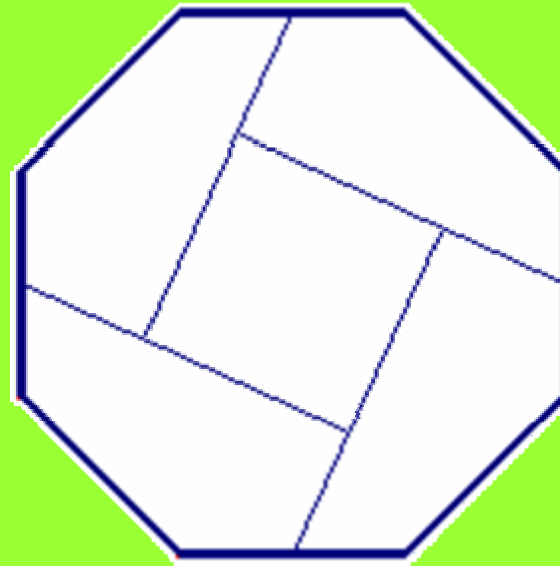
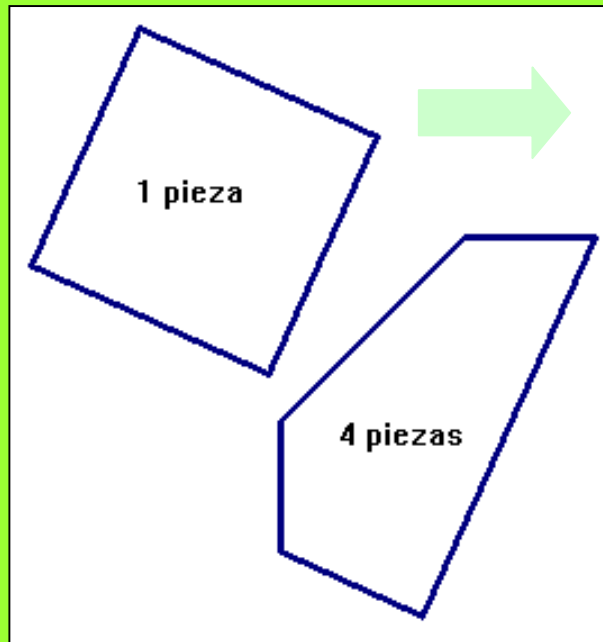
DISECCIONES DEL HEXÁGONO



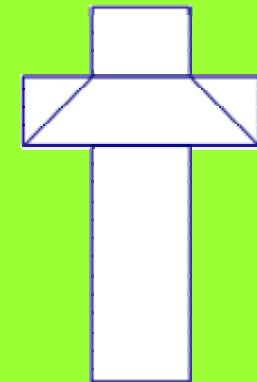
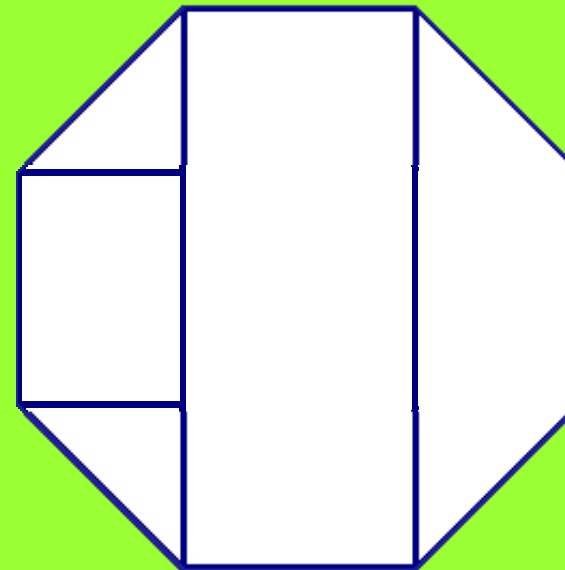
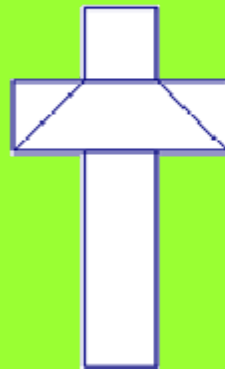
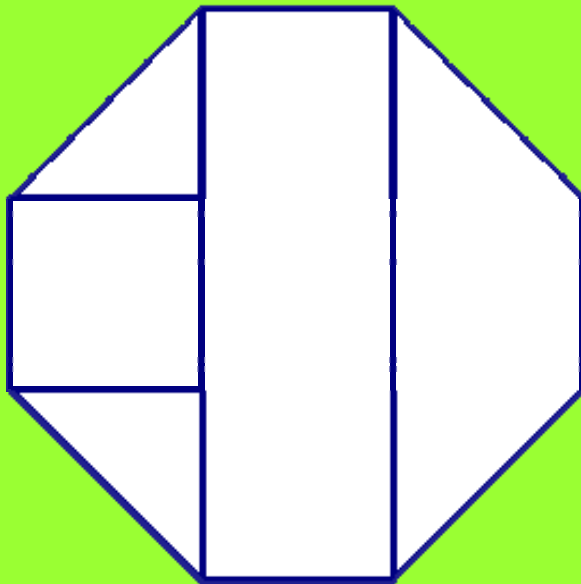
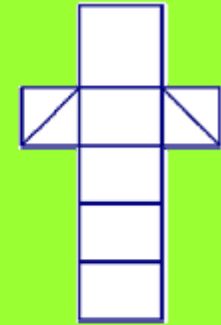
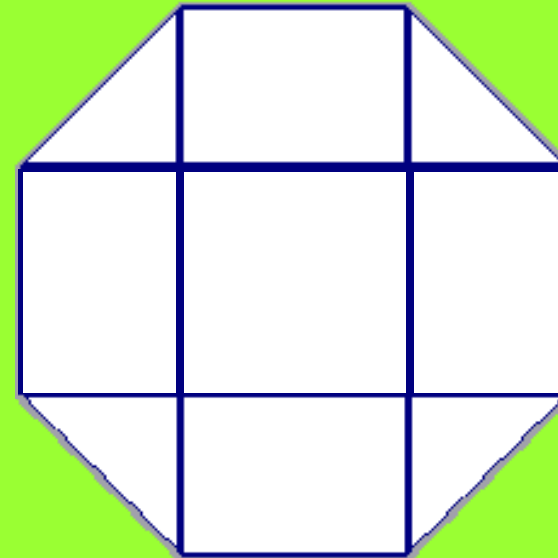
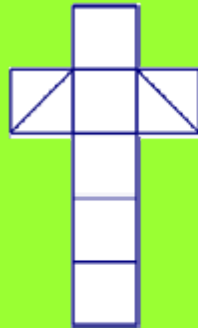
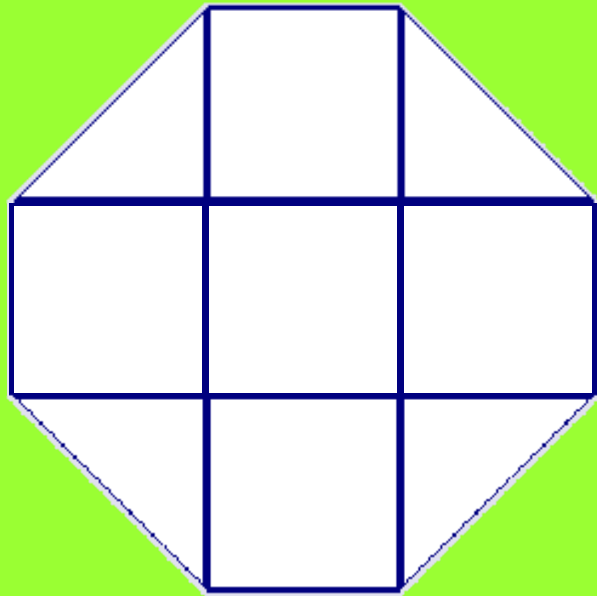
DISECCIONES DEL HEXÁGONO



CUADRATURAS DEL OCTÓGONO Y ESTRELLA 8/2



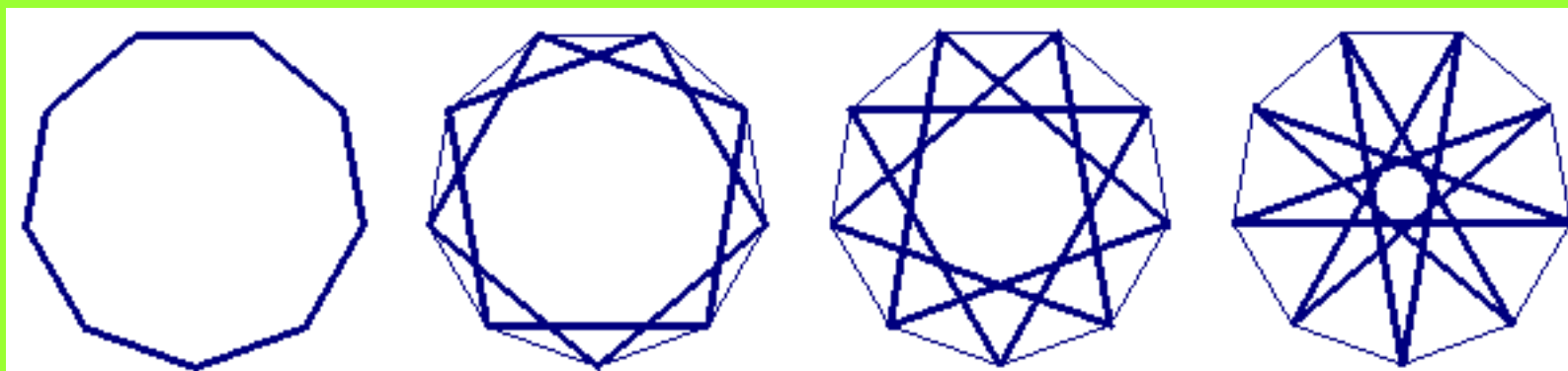
OCTÓGONOS Y CRUCES (disecciones)



Polígonos estrellados y estrellas

1ª CONSTRUCCIÓN.- A partir de un polígono regular de n lados.

Se elige uno de sus vértices y, a partir de él, se trazan segmentos que unen dos vértices no consecutivos. Este trazado se realiza de manera ordenada y sistemática, dejando sin unir en cada paso el mismo número de vértices.



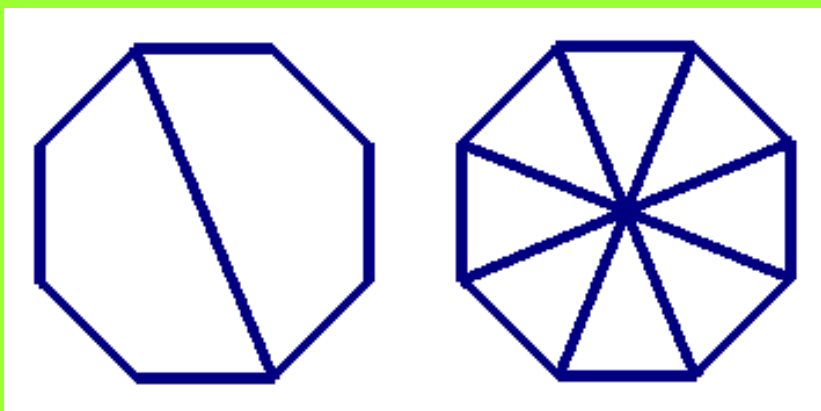
Estrella es la figura obtenida cuando todos los vértices del polígono inicial están conectados.

Una estrella así construida se denota por n/q (notación de *Schläfli*) n es el número de vértices del polígono regular del que procede y $q-1$ es el número de vértices que se dejan sin unir en cada paso.

Polígonos estrellados y estrellas

Se verifican las siguientes propiedades:

1. Si $q=1$, se obtiene el n -polígono inicial.
2. Si no se considera orientación en los segmentos que unen los vértices, la estrella denotada por n/q coincide con la $n/(n-q)$. Por tanto, para un polígono regular de n lados las estrellas distintas que se pueden construir son: $n/1, n/2, n/3, \dots, n/q$ con $q < n/2$.
3. Si n es par, la construcción de la estrella n/q con $q = n/2$ sólo traza segmentos que dividen al polígono en dos partes de igual área.

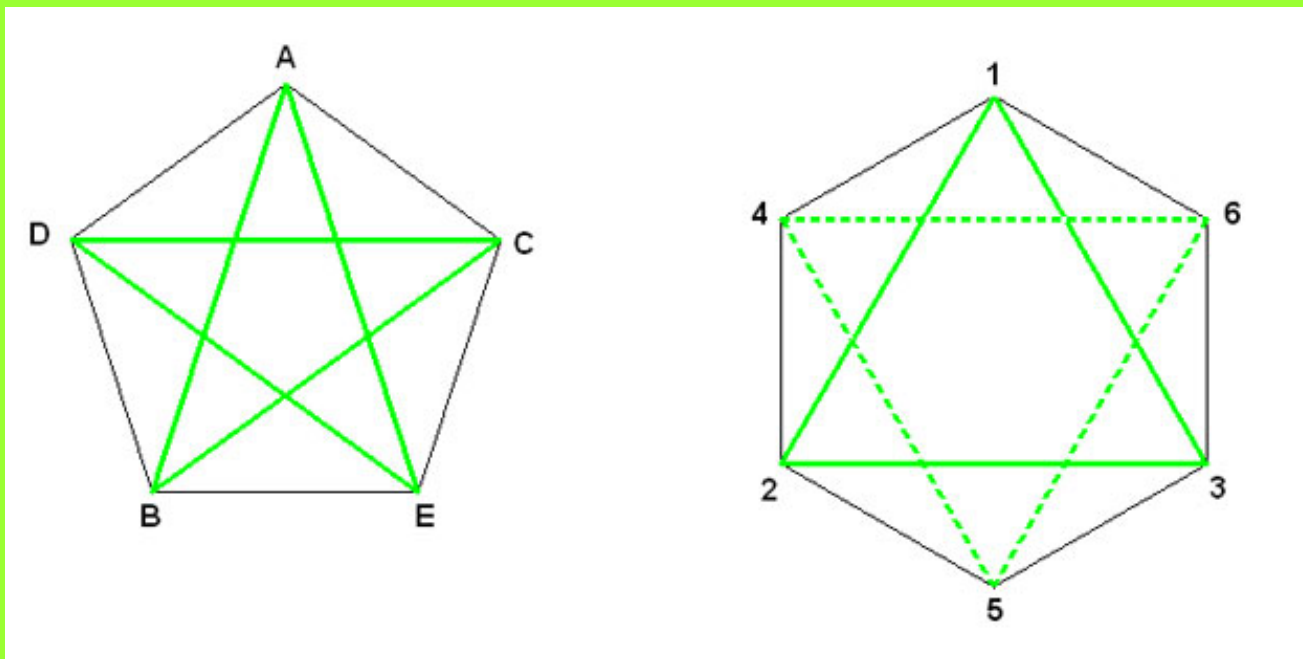


Octógono – 8 / 4 (segmentos)



Polígonos estrellados y estrellas

4. Si n y q son primos entre sí, al construir una estrella se obtiene un único polígono llamado *polígono estrellado*. En cualquier otro caso, la estrella no es un polígono, sino que está formada por varios polígonos.



PENTAGRAMA 5/2
polígono estrellado

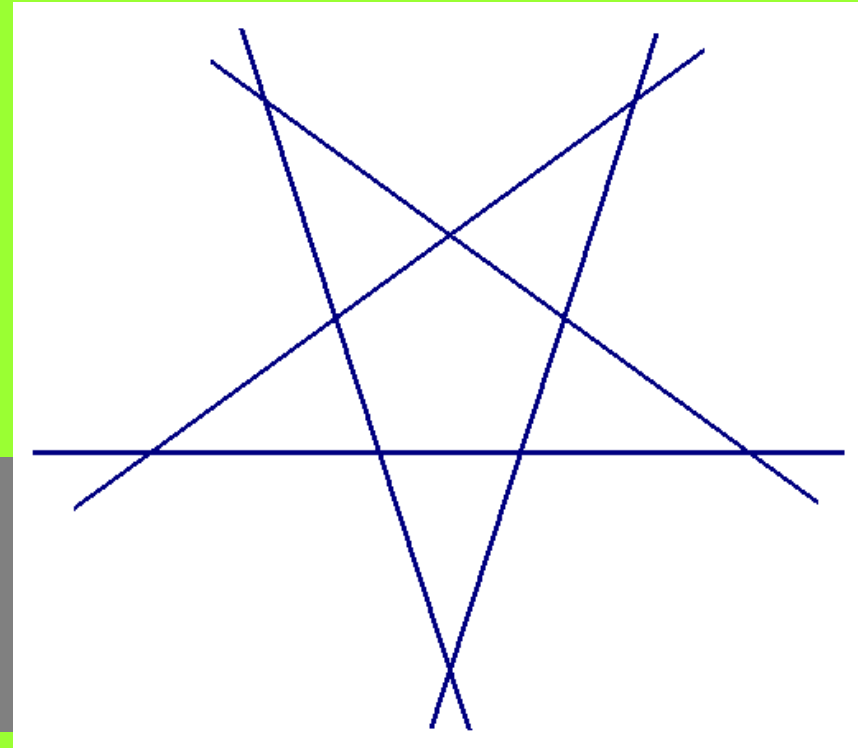
HEXAGRAMA 6/2
dos triángulos equiláteros

Polígonos estrellados y estrellas

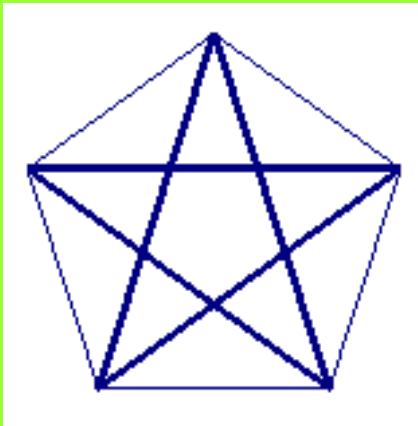
2ª CONSTRUCCIÓN

Sea un polígono regular convexo de n lados. Se prolongan sus lados hasta que las rectas que los contienen se corten por última vez.

En este proceso se llama **estrella** a la figura que se obtiene en cada intersección de las prolongaciones de los lados del polígono.

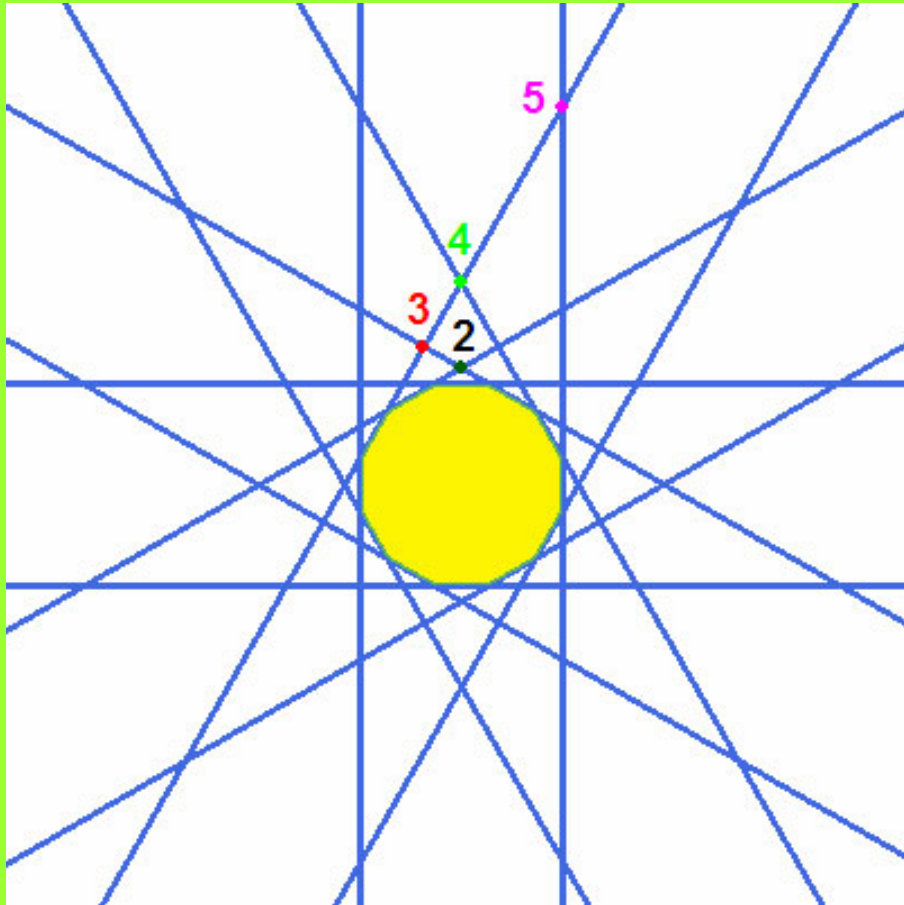


prolongando lados



uniendo vértices

Polígonos estrellados y estrellas

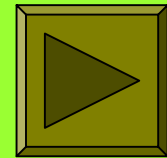


“El Capricho” de Gaudí **COMILLAS**

El círculo central oculta las estrellas denotadas por $12/2$ y $12/3$ simulando el centro de un sol cuyos radios corresponden a los segmentos de las estrellas $12/4$ y $12/5$.

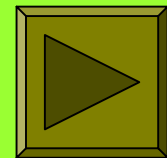
Obtención de polígonos estrellados y estrellas, deducción de propiedades.

(dibujo en papel)



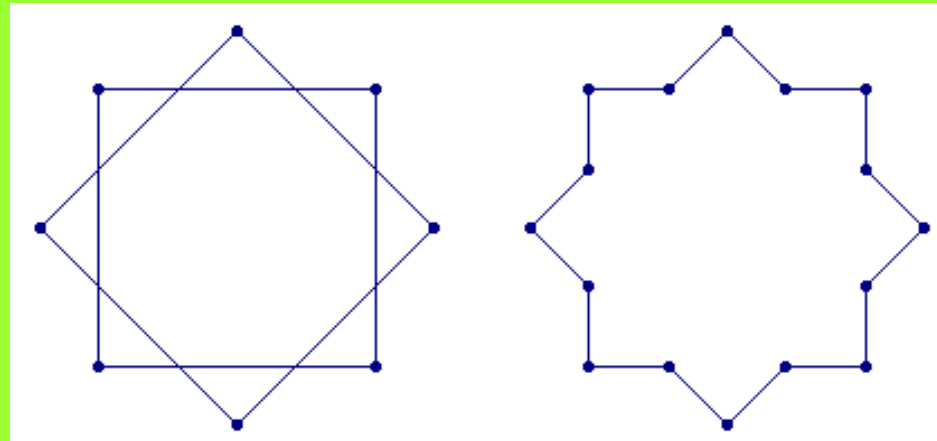
Obtención de polígonos estrellados y estrellas, deducción de propiedades.

(con CABRI)



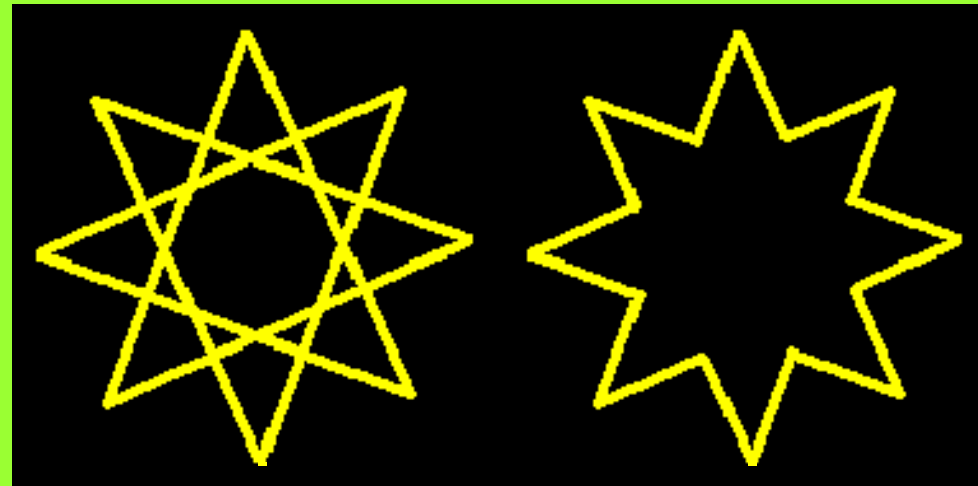
Estrellas y formas estrelladas

A partir de la estrella $8/2$ se obtiene la estrella $|8/2|$ que es un polígono cóncavo de 16 lados.



Estrellas y formas estrelladas

A partir del polígono estrellado $8/3$ se obtiene el polígono cóncavo $|8/3|$ que tiene dieciséis lados.



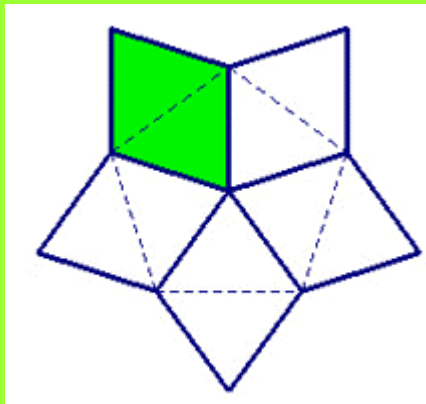
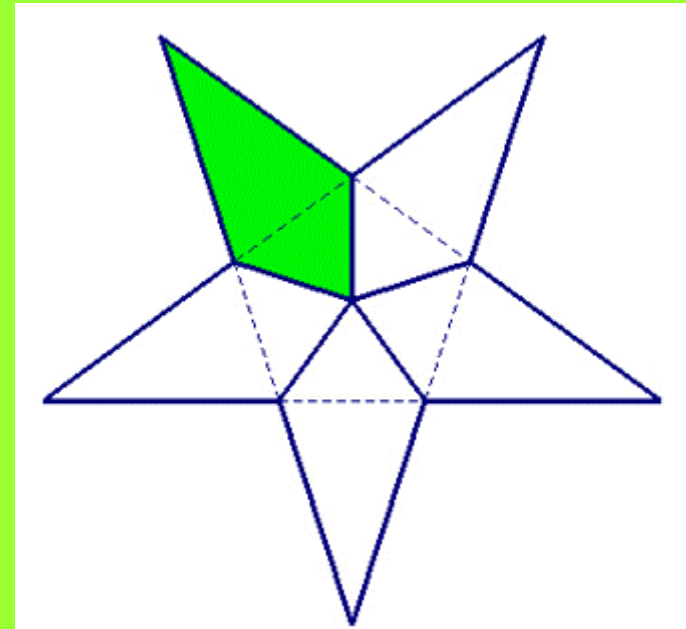
Formas estrelladas

A partir de un polígono regular se pueden obtener formas estrelladas compuestas por cuadriláteros:

A) Se unen las puntas de una estrella o polígono estrellado con el centro del polígono.

EJEMPLO pentágono

Cinco cuadriláteros de ángulos: 36° , 72° , 126° 126° . Lados iguales dos a dos.



B) Se trazan rombos formados por un triángulo central y su simétrico.

EJEMPLO pentágono

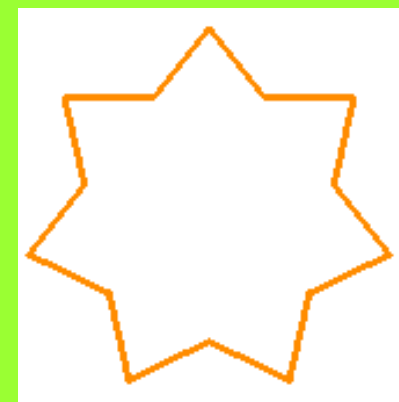
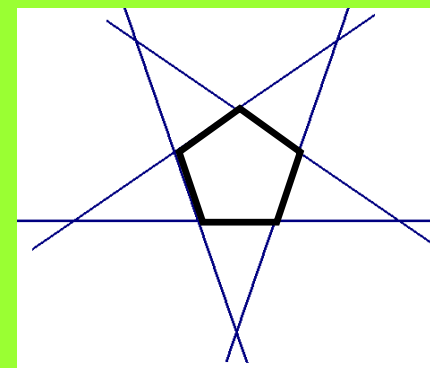
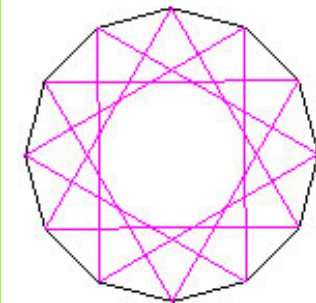
Cinco cuadriláteros (rombos) de ángulos: 72° , 72° , 108° 108° . Lados iguales.

ESTRELLAS
(POLÍGONOS
ESTRELLADOS)

INTERPRETACIÓN 1

Uniando
vértices

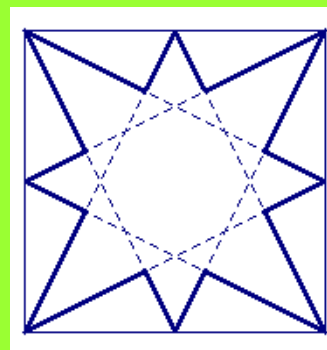
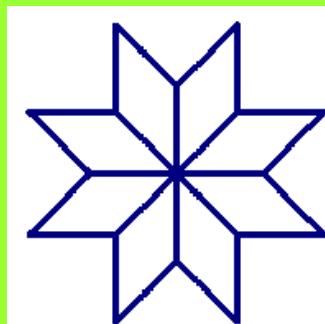
Prolongando
lados



INTERPRETACIÓN 2



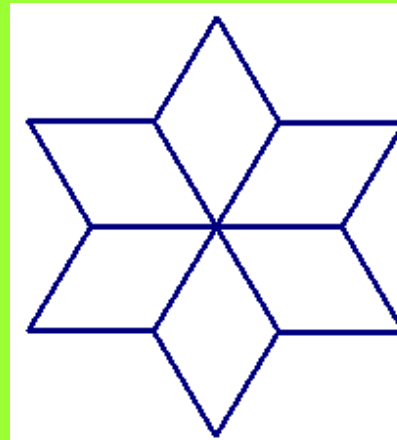
FORMAS
ESTRELLADAS



Formas estrelladas

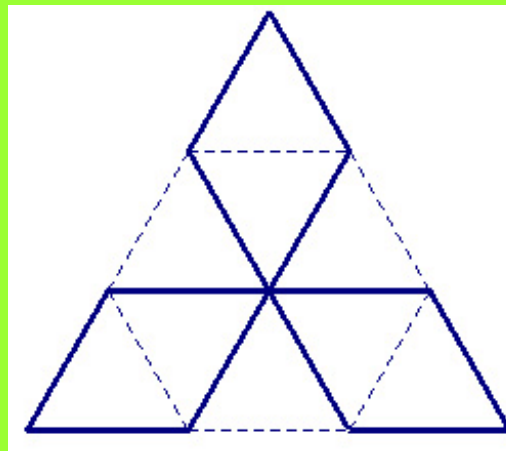
FORMAS ESTRELLADAS COMPUESTAS POR CUADRILÁTEROS

En el caso particular de la forma estrellada de seis puntas compuesta por cuadriláteros, éstos son rombos (diamantes), es decir, cada rombo está formado por dos triángulos equiláteros.



Forma estrellada de tres puntas compuesta por cuadriláteros, éstos son rombos (diamantes), es decir, cada rombo está formado por dos triángulos equiláteros.

Esta forma es equivalente a un hexágono



Actividades de aula

Siendo A el área del triángulo equilátero sombreado en la figura
Contesta a las siguientes preguntas:

¿Cuál es el área del hexágono de la izquierda?

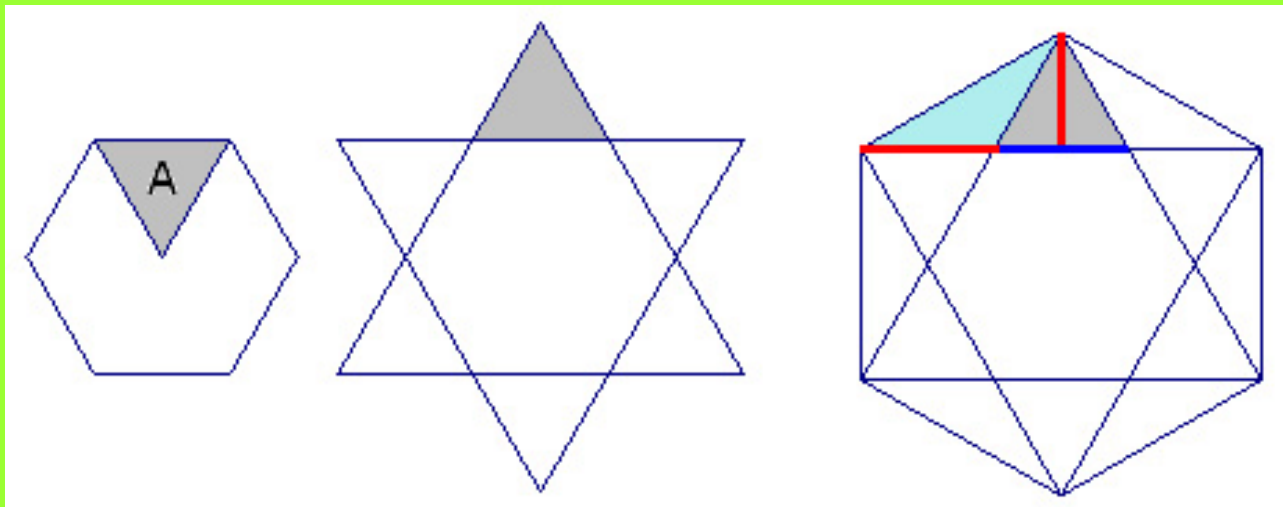
$$A_H = 6 \cdot A$$

¿Cuál es el área de la estrella?

$$A_E = 12 \cdot A$$

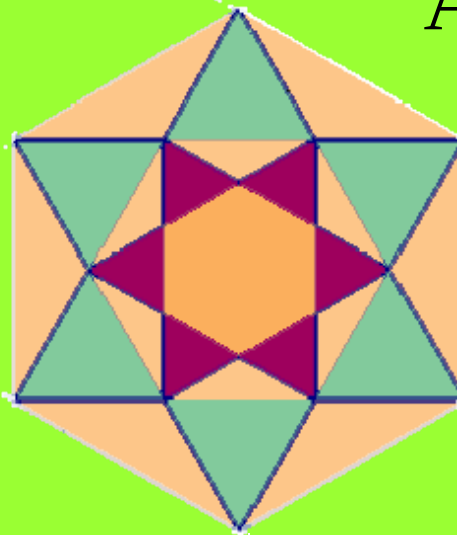
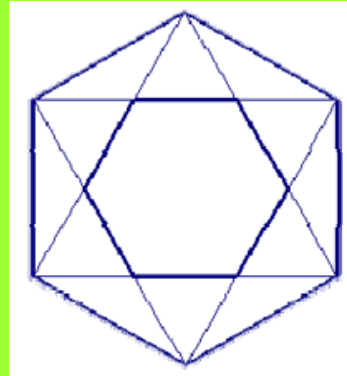
¿Cuál es el área del hexágono circunscrito?

$$A_{H'} = 18 \cdot A$$



Actividades de aula

Uniendo las seis “puntas” del hexagrama se obtiene otro hexágono H' . CALCULA EL ÁREA DEL HEXÁGONO EXTERIOR.



$$A_{H''} = 3A_{H'} = 9A_H$$

Actividades de aula



En la fotografía hay una forma estrellada compuesta por seis rombos, generada a partir de un hexágono regular y de su estrella $|6/2|$.

Calcular las dimensiones y el área del rectángulo y del cuadrado más pequeños que se pueden circunscribir a la forma estrellada.



Bibliografía

Fernández, I., Reyes, E. Geometría con el hexágono y el octógono. Proyecto Sur de Ediciones, 2003.

Fernández, I. Reyes, E. *Construcciones y disecciones del octógono*. SUMA 38, 69-72. 2001

Fernández, I. Reyes, E. *Trabajando con el hexágono*. **Revista** Números 60. 41-50. 2005.

Fernández, I., Reyes, E. *Polígonos y estrellas*. Revista SUMA, 2005.

Fernández, I., Formas estrelladas y de otros tipos en elementos artísticos. Publicaciones MEC. Curso de verano UNED: Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas. 2006.

Reyes, E. Cuando la Geometría se hace Arte. Publicaciones MEC. Curso de verano UNED: Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas. 2006.

Chamoso. J.M., Fernández, I., Reyes, E. Burbujas de Arte y Matemáticas. Colección Diálogos en Matemáticas. Nivola (en prensa).

e-mails

Inmaculada Fernández Benito iferna3@platea.pntic.mec.es

Encarnación Reyes Iglesias ereyes@maf.uva.es