Parte 4: CONSTRUCCIÓN DE FRACTALES CON GEOGEBRA

Un relámpago y una coliflor tienen algo en común. Son formas autosemejantes. Ambas figuras tienen partes que, debidamente ampliadas, se parecen al todo. Y lo mismo ocurre con las partes de las partes, respecto de sus propias partes... Son figuras fractales, figuras con un motivo que se propaga a escalas progresivamente reducidas (es cuando una rama da el pego y se hace pasar por el árbol entero).

Jorge Wagensberg

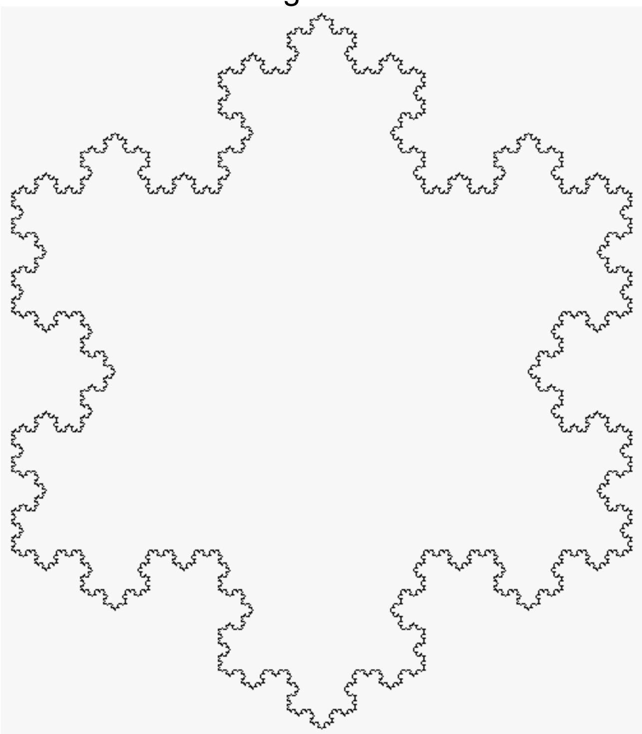
Fotografía tomada de http://es.wikipedia.org/wiki/Romanescu

Fractales

La construcción de un **fractal** se basa en el concepto de infinito. A partir de un **motivo básico** que se repide indefinidamente se construye un objeto complejo en el que la estructura de todo el objeto **se repite** en cada pequeño trozo del mismo.

El copo de nieve de Koch (o isla de Koch)

El copo de nieve de Koch es una de las más sencillas figuras fractales. Fue descrita por el matemático sueco Helge von Koch en 1906.



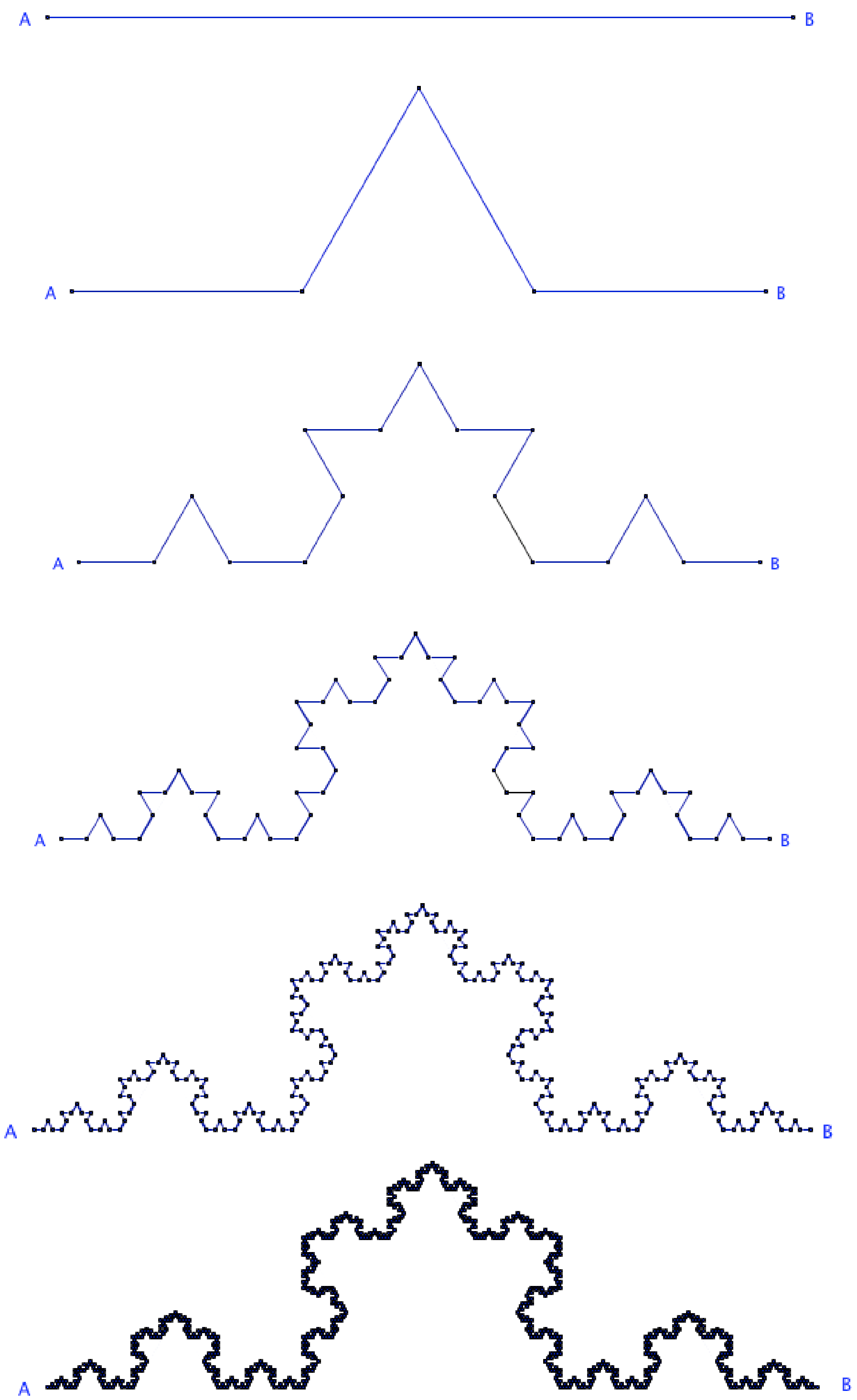
Para construirlo:

- Se construye el **motivo básico**. Para ello:
  Se toma un segmento que se divide en tres partes iguales,
  Se remplaza la parte central por dos partes de igual longitud

- Se repite la construcción con cada uno de los los cuatro segmentos obtenidos, lo que da 16 segmentos.

- Y así sucesivamente, sin parar nunca…

Las figuras siguientes representan las seis primeras etapas de la construcción que vamos a realizar.



Si se sigue este proceso indefinidamente, la figura final tiene **longitud infinita**.

La construcción del **motivo básico** en Geogebra sigue los pasos siguientes.

Nº	**Construye**	**Comando Geogebra**	**Formato**
1	Punto A		
2	Punto B		
3	Segmento a	Segmento AB	
4	Círculo c	Círculo de centro A y radio a/3	
5	Circulo d	Círculo de centro B y radio a/3	
6	Punto C	Intersección de c y a	Ocultar círculo c
7	Punto D	Intersección de d y a	Ocutar círculo d
8	Círculo e	Círculo de centro C y radio a/3	
9	Círculo f	Círculo de centro D y radio a/3	
10	Puntos E y F	Intersección de e y f	Ocutar punto F y círculos e y f
11	Segmento b	Segmento AC	
12	Segmento g	Segmento CE	
13	Segmento h	Segmento ED	
14	Segmento i	Segmento DB	
15	Segmento j	Segmento CD	Segmento j de color blanco y grosor 7

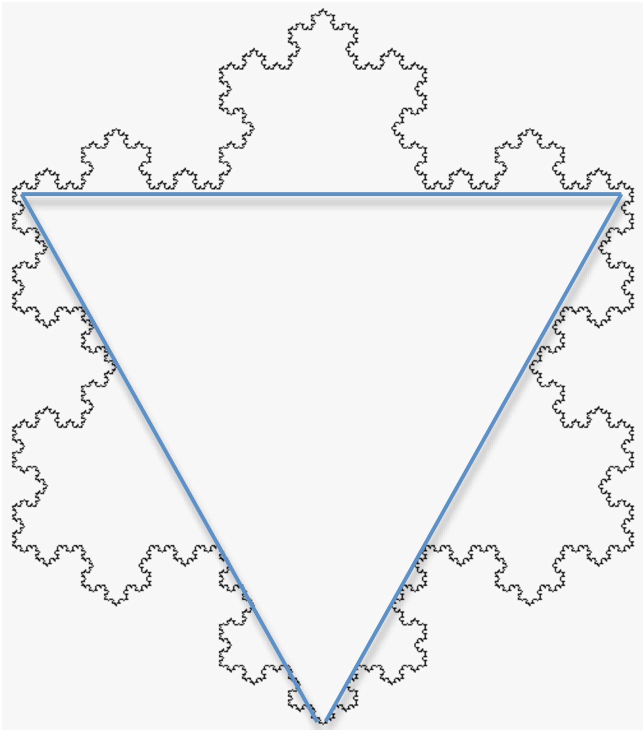
Ahora, para que el dibujo quede más 'limpio' es importante que en la pantalla gráfica quites los nombres de los objetos que aparecen (a, c, d, C, D, …). Para ello, en el menú '**Edita'** -> '**Propiedades'**, desmarca la casilla '**Expone rótulo'** de cada objeto.

Vamos a crear una **Herramienta** en Geogebra que permita repetir esta construcción sobre cualquier segmento sin tener que repetir todos los pasos. Para ello:

1	Menú Herramientas -> Creación de nueva herramienta
2	Selecciona los siguientes Objetos de Salida: Puntos: C, D, E Segmentos: b, g, h,i, j
3	Pasa al siguiente menú: Objetos de Entrada
4	Selecciona el siguiente Objeto de Entrada: Segmento a Borra de la lista de Objetos de Entrada los puntos A y B
5	Pasa al siguiente: Nombre e Icono
6	Da el nombre "**MotivodeKoch**" a la herramienta y al comando. Si lo deseas, escribe alguna ayuda. **Concluido** En la Barra de Herramientas aparecerá una nueva imagen. Si pulsas sobre ella y sobre un segmento cualquiera se repetirá el motivo de Koch sobre él.
7	Para que no se pierda esta Herramienta cuando abandones Geogebra debes guardarla: Menú Herramientas -> Manejo de útiles -> Graba como…

Ya puedes construir el fractal del Koch. Aplica la herramienta MotivodeKoch a un segmento AB. Vuelve a aplicar la herramienta sobre cada uno de los cuatro segmentos obtenidos. Ahora repite una vez más…

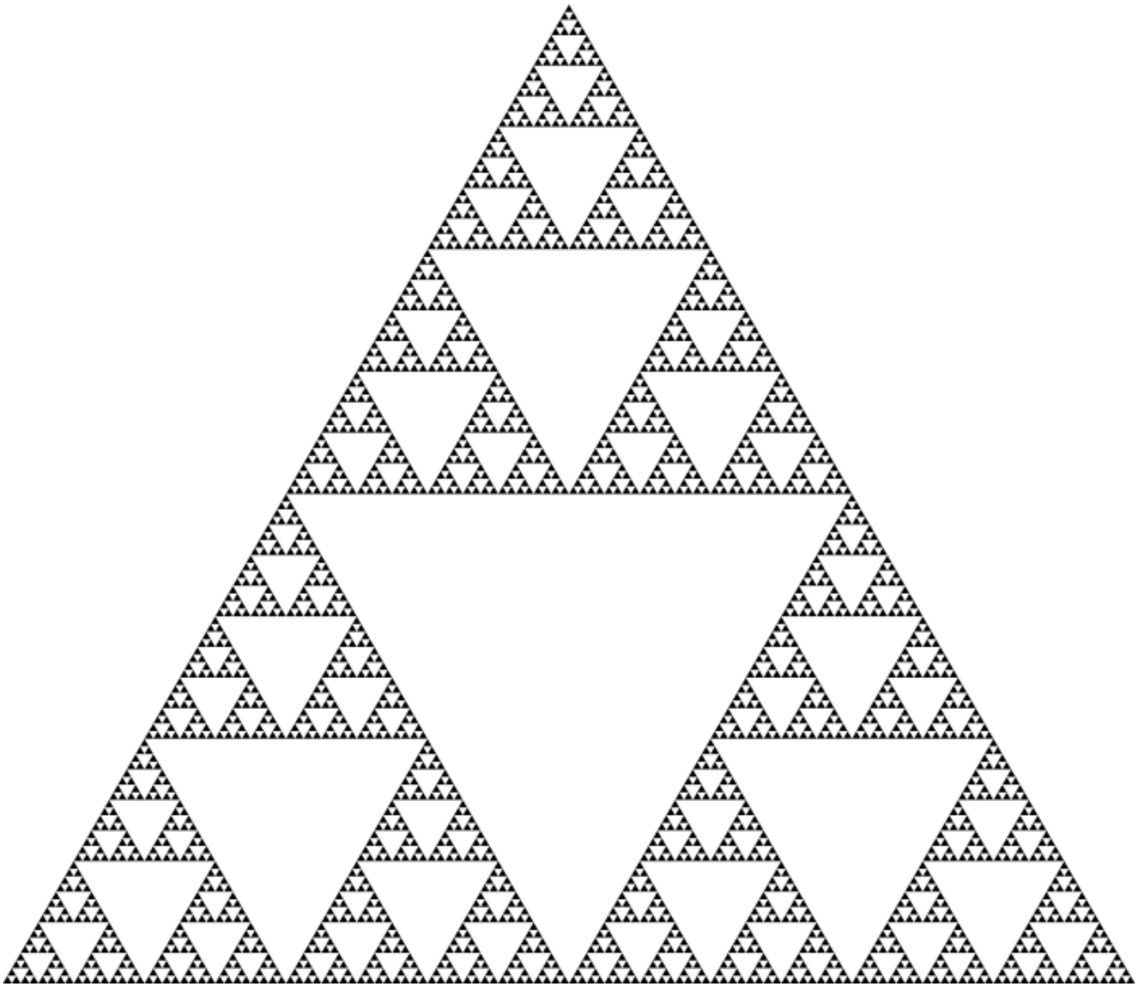
Para construir el **copo de nieve de Koch**, una posibilidad es repetir la construcción anterior sobre los tres segmentos que forman un triángulo equilátero:



En el fichero **Koch_coponieve.ggb** puedes ver el resultado final.

El Triángulo de Sierpinski

El matemático polaco Waclaw Sierpinski introdujo este fractal en 1919.



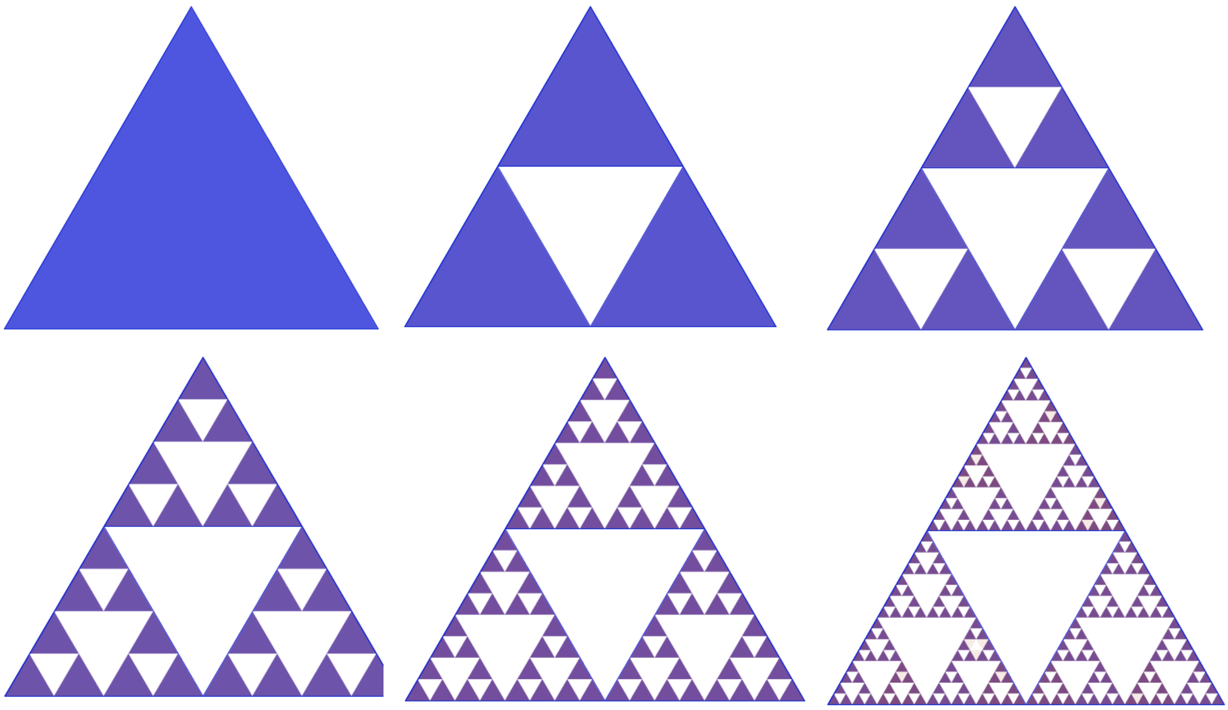
Para construirlo:

- Se construye el **motivo básico**. Para ello:
  Se toma un triángulo equilátero.
  Uniendo los puntos medios de sus lados se obtienen cuatro triángulos equiláteros iguales.
  Se recorta el triángulo central.

- Se repite la construcción con cada uno de los los tres triángulos que quedan.

- Y así sucesivamente, sin parar nunca…

Las figuras siguientes representan las seis primeras etapas de la construcción que vamos a realizar.



La construcción del **motivo básico** en Geogebra sigue los pasos siguientes:
- antes de empezar, quita los ejes (menú Visualiza -> Ejes) y no pongas los nombres de los objetos que se construyen en la ventana gráfica (Opciones -> Rotulado -> Obviando nuevos objetos)

Nº	**Construye**	**Comando Geogebra**	**Formato**
1	Triángulo ABC	Polígono A, B, C	Color Azul Estilo Sombreado 75%
2	Punto D	Punto medio de AB	
3	Punto E	Punto medio de BC	
4	Punto F	Punto medio de CA	
5	Triángulo ADF	Polígono A, D, F	
6	Triángulo DBE	Polígono D, B, E	
7	Triángulo FEC	Polígono F, E, C	
8	Triángulo DEF	Polígono D, E, F	Color Blanco Estilo Sombreado 100%

Ahora, para que el dibujo quede más 'limpio' es importante que en la pantalla gráfica ocultes todos los puntos (A, B, C, D, E, F). Para ello, en el menú '**Edita'** -> '**Propiedades'**, desmarca la casilla '**Expone objeto'** de dichos puntos.

Vamos a crear una **Herramienta** en Geogebra que permita repetir esta construcción sobre cualquier triángulo sin tener que repetir todos los pasos. Para ello:

1	Menú Herramientas -> Creación de nueva herramienta
2	Selecciona los siguientes Objetos de Salida: Triángulo ADF Triángulo DBE Triángulo FEC Triángulo DEF
3	Pasa al siguiente menú: Objetos de Entrada
4	Selecciona el siguiente Objeto de Entrada: Triángulo ABC Borra de la lista de Objetos de Entrada los puntos A, B y C
5	Pasa al siguiente: Nombre e Icono
6	Da el nombre "**MotivodeSierpinski**" a la herramienta y al comando. Si lo deseas, escribe alguna ayuda. **Concluido** En la Barra de Herramientas aparecerá una nueva imagen. Si pulsas sobre ella y sobre un triángulo cualquiera se repetirá el motivo de Sierpinski sobre él.
7	Para que no se pierda esta Herramienta cuando abandones Geogebra debes guardarla: Menú Herramientas -> Manejo de útiles -> Graba como…

En el fichero **Sierpinski6.ggb** puedes ver el resultado final.

Si en lugar de partir de un triángulo empiezas con un cuadrado obtendrás la alfombra de Sierpinski: