CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA

María José González

Geogebra es un software que nos ayuda a manipular objetos matemáticos y a estudiar sus propiedades. En esta sesión:

- Veremos cómo descargar el programa Geogebra, que es de distribución gratuita.
- Haremos algunos ejercicios elementales para conocer el funcionamiento del programa.
- Construiremos con Geogebra una excavadora como la de la Figura siguiente. Veremos que funciona -al menos en la pantalla del ordenadorgracias a un sencillo triángulo que tiene un lado variable. Esta idea nos permitirá construir otras máquinas, como grúas, volquetes, etc.



- Construiremos con Geogebra un fractal como el de la figura siguiente. Un fractal es un objeto que se repite sobre sí mismo. Si nos da tiempo, Geogebra nos permitirá inventar otros muchos fractales.



Rerefencias principales

Página web de José Antonio Mora: http://jmora7.com/Mecan/mecpral3.htm

Actividades sobre fractales de Miguel Reyes: http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ehernan/Talento/Indice.htm

Parte 1: DESCARGA E INSTALACIÓN DEL PROGRAMA

Entra en la web siguiente:

http://www.geogebra.org/

Pulsa en "Descarga" en el menú de la izquierda.

Pulsa en "Descarga Geogebra".

Elige el tipo de instalación que desees, según el sistema operativo que tenga tu ordenador, y sigue las instrucciones.

Parte 2: EJERCICIOS ELEMENTALES CON GEOGEBRA

2.1. Construcción de un triángulo isósceles

Vamos a construir un triángulo isósceles cuya base y altura se puedan modificar arrastrando los vértices del triángulo con el ratón.

Usaremos los comandos siguientes:

~	Segmento entre dos puntos
	Punto medio
e f	Recta perpendicular
• ^A	Punto
\checkmark	Polígono
\mathbb{R}	Mueve



2.2. Construcción de una cometa

Vamos a construir una cometa, es decir, un polígono que tiene dos pares de lados consecutivos iguales.

Usaremos los comandos siguientes:

• ^A	Punto A
• ^A	Punto B
\odot	Círculo de centro A, que pasa por B
•^	Punto C
•^	Punto D
\odot	Círculo de centro C, que pasa por D
$\overline{\sim}$	Círculo de centro C, que pasa por D Intersección de los dos círculos. Se obtienen los puntos E y F
\odot \times	Círculo de centro C, que pasa por D Intersección de los dos círculos. Se obtienen los puntos E y F Polígono por los puntos A, E, C y F
$\frac{\odot}{\times}$	Círculo de centro C, que pasa por D Intersección de los dos círculos. Se obtienen los puntos E y F Polígono por los puntos A, E, C y F Oculta los objetos auxiliares: los dos círculos y los puntos B y D



2.3. Calculo del área de la bahía de Santander

En el fichero BahiaSantander.ggb hay una imagen aérea de la Bahía de Santander obtenida en Google Earth. Sabemos que la distancia real por carretera entre Pedreña y Marina de Cudeyo es de 7 Km.



¿Cómo podemos obtener el área de la bahía de forma aproximada?

Observa que cada vez que se crea un segmento en Geogebra, en la ventana izquierda aparece su longitud. Y cada vez que se crea un polígono, aparece su área.

Parte 3: CONSTRUCCIÓN DE MECANISMOS ARTICULADOS CON GEOGEBRA

En esta parte utilizaremos una adaptación de un taller desarrollado por José Antonio Mora titulado *Las matemáticas en los mecanismos*. La versión completa puede obtenerse en:

http://www.terra.es/personal/joseantm/Archiv%20pdf/97Valeng.PDF

Para comenzar, vamos a manipular algunas de las construcciones realizadas por este autor en:

http://jmora7.com/Mecan/mecpral3.htm

Ahora construiremos alguna de ellas.

Cilindro hidráulico

Hay una colección de mecanismos cuyo funcionamiento se basa en el uso de triángulos en los que uno de los lados tiene longitud variable:



Figura 2

Vamos a construir en Geogebra el triángulo de base variable que nos permite simular el funcionamiento de un cilindro hidráulico.



Para realizar esta construcción se usan los comandos siguientes:

a=2	Deslizador (longitudcilindro, rango 1-5)	
~	Segmento A B (base de la construcción)	
	En la Entrada escribimos:	
	longitudgrua=5 (longitud del brazo de la grua) anguloapoyo=35º (ángulo del cilindro con la base)	
, da	Angulo dada su amplitud: A, B, amplitud "anguloapoyo" (sentido horario)	
•	Semirrecta BA'	
\bigcirc	Círculo de centro B y radio "longitudcilindro"	
\times	C= Intersección del círculo y la semirrecta	Ocultar el círculo, la semirrecta y el punto A'
~	Segmento BC	Color: rojo Estilo: grosor 9
•	Semirrecta AC	
\bigcirc	Círculo de centro A y radio "longitudgrua"	
\times	D= Intersección del círculo y la semirrecta	Ocultar el círculo y la semirrecta
~	Segmento AD	Color: verde Estilo: grosor 9
0	Oculta los objetos auxiliares que no necesites y los puntos o segmentos (A,B,C,a,d,g, α)	nombres de los
\searrow	Mueve el deslizador	

Vamos a crear una **Herramienta** en Geogebra que permita repetir esta construcción sin tener que repetir todos los pasos. Para ello:

1	Menú Herramientas -> Creación de nueva herramienta
2	Selecciona los siguientes Objetos de Salida:
	Puntos: C, D
	Segmentos: , BC, AD
3	Pasa al siguiente menú: Objetos de Entrada
4	Aparecen los siguientes Objetos de Entrada:
	Puntos A y B
	Número longitudcilindro
	Numero longitudgrua
	Angulo anguloapoyo
	Si no aparecen en este orden puedes utilizar las flechas para modificarlos.
	Si prefieres poner otro orden no te olvides de anotar en qué orden los has
	puesto ya que sera importante para usar la herramienta.
5	Pasa al siguiente: Nombre e Icono
6	Da el nombre "CilindroHidraulico" a la herramienta y al comando. Si lo
	deseas, escribe alguna ayuda (por ejemplo, el orden en que hay que
	introducir las longitudes).
	Concluido
	En la Barra de Herramientas aparecera una nueva imagen. Si pulsas sobre
	ella y sobre un Punto de la pantalla te pedira tres longitudes y un angulo y
7	construira el correspondiente cilindro nidraulico.
1	Para que no se pierda esta Herramienta cuando abandones Geogebra
	debes guardaria:
	Menu Herramientas -> Manejo de Utiles -> Graba como

Para construir la Grúa de la Figura 1 sólo tendremos que colocar el mecanismo anterior sobre un camión. Seguiremos los pasos siguientes:

Antes de nada:

- Si deseas modificar la amplitud del ángulo, o cualquiera de las longitudes pulsa en ellas en la ventana izquierda y cambia lo que desees.
- Para que la construcción quede más 'limpia', es muy importante que vayas ocultando los objetos y los rótulos que no necesites.

Podemos construir un camión que se mueva al arrastrar una de sus ruedas:

×*	Recta por dos puntos A y B	Ocultamos A y B
•^	Punto C sobre la recta anterior	
	En la Entrada escribimos: radiorueda=1 distanciaentreruedas=5	
\bigcirc	Círculo de centro C y radio "distanciaentreruedas/2"	
\times	Intersección de recta y círculo. Ya tenemos el centro de cada rueda: Puntos D y E.	Ocultar círculo
\bigcirc	Construimos las dos ruedas: - Círculo de centro D y radio "radiorueda" - Círculo de centro E y radio "radiorueda"	Color azul Grosor 5
\bigcirc	Construimos la parte baja: En la Entrada: longitudcamion=distanciaentreruedas+2radiorueda+2 Circulo de centro C y radio "longitudcamion/2"	
\times	Intersección del círculo y la recta El Segmento GH será la base del camión	Ocultar el círculo
	Polígono regular de lado E, H y 6 lados. Ya tenemos la cabina del camión.	
-	Paralela a la recta por K	
•	Perpendicular a la recta por G	
\times	L=Intersección de las dos últimas rectas	
\checkmark	Polígono LKEG	

Tras ocultar todos los elementos y nombres no necesarios tenemos:



Para colocar el cilindro hidráulico en el camión:

- Construimos la base:

• ^A	Punto M sobre el segmento LK
••	Punto medio de MC. Se obtiene el punto N. La base será el segmento MN

- Construimos el cilindro utilizando la herramienta **CilindroHidraulico** que construimos antes:

Pulsar en **CilindroHidraulico** e introducir los datos necesarios: Punto M, Punto N, longitudcilindro, longitudgrua, anguloapoyo

Es posible que desees cambiar las longitudes introducidas. Para ello colócate sobre ellas en la ventana izquierda y pulsa las teclas + y –



El punto C arrastra toda la construcción.

Puedes manipular una construcción similar, con tres cilindros hidráulicos en el fichero excavadora.ggb

